



**Fonds für Unterrichts- und Schulentwicklung
(IMST-Fonds)**

S1 „Lehren und Lernen mit Neuen Medien“

Begreifen und Mechanisieren beim Algebra-Einstieg

ID 1063

Dr. Johannes Reitinger, Dr. Walther Neuper, Angelika Gründinger

Schule: Hauptschule 1, Schärding

Schärding, August 2008

Inhaltsverzeichnis

Abstract	3
1.a Daten zum Projekt	4
1.b Kontaktdaten	4
2. Ausgangssituation.....	5
2.1. Änderungen in der Projektorganisation.....	5
2.2. Ausgangssituation puncto Inhalt.....	5
3. Ziele des Projekts	6
4. Module des Projekts	6
4.1. Unterrichtsplanung und Authoring	6
4.2. Durchführung der Aktionsphasen	7
4.3. Rückkoppelung Unterrichts-Praxis – Software-Entwicklung	10
5. Projektverlauf	10
6. Schwierigkeiten	10
6.1. Verbesserungswürdige „Usability“ der Software.....	11
6.2. Fehlende Interaktivität in ISAC	11
6.3. Überforderung der Schüler durch theoretische Ansprüche.....	12
6.4. Neue Herausforderungen an Lehrer.....	12
7. Gender-Aspekte.....	13
8. Evaluation und Reflexion	13
8.1. Beidseitiger Profit zwischen Unterrichtspraxis und Softwareentwicklung	13
8.2. Die zeitliche Blockung bringt auch Vorteile beim Algebra-Einstieg.....	14
8.3. Anregung zu tiefergehender Lehrer-Aus/Fort-Bildung	15
9. Outcome	15
9.1. E-Learning Content zum Algebra-Einstieg.....	15
9.2. Outcome der Unterrichtssequenz	16
9.2.1. Unterrichts-Beobachtung und Schüler-Rückmeldungen	16
9.2.2. Neue Zugänge zur Algebra.....	17
9.3. Anpassung der Software an Erfordernisse der Unterrichtspraxis	18
10. Empfehlungen.....	18
11. Verbreitung	19
11.1. Methodische Erfahrungen.....	19
11.2. Eine Veröffentlichung [Krempler 2008]	19
11.2. Ein Vortrag bei der Internationalen Tagung über Schulmathematik	19
Beilagen.....	21

Abstract

Dieses IMST Projekt dient der wissenschaftlich begleiteten Einführung der neuen Technologie der 'single stepping (Computer Algebra) Systeme' in die Schulpraxis.

Eine E-Learning-Sequenz zum Thema 'Algebra Einführung' an einer vierten Klasse der Musikhauptschule Schärding zeigt neue Möglichkeiten für offene Lernformen, und gibt Hinweise zur Weiterentwicklung des Softwareproduktes wie zur Gestaltung des Contents.

Das Team-Teaching in dieser Sequenz bietet auch konkrete Anregungen für partnerschaftliche Entwicklung zwischen Schule und Universität.

1.a Daten zum Projekt

Projekt-ID	1063	
Projekttitlel	Begreifen und Mechanisieren beim Algebra-Einstieg	
Projektkoordinator/-in und Schule	Dr.Johannes Reitinger	Musikhauptschule 1
Beteiligte Lehrer/-innen und Schulen	Angelika Gründinger	Musikhauptschule 1
Schultyp	Hauptschule	
Beteiligte Klassen/Schulstufen	M04a, M04b, 8.Schulst.	
Beteiligte Fächer	Mathematik, Neue Medien	
Angesprochene Unterrichtsthemen	Begreifen und Mechanisieren in Algebra	
Weitere Schlagworte zum Projekt	Informatik, IKT-Grundkompetenz, Computerunterstützter Unterricht, Individualisierung, Üben,	

1.b Kontaktdaten

Beteiligte Schule(n) - jeweils - Name	Musikhauptschule 1
- Post-Adresse	A-4780 Schärding/Inn, Schulstraße 5b
- Web-Adresse	http://www.hs1-schaerding.eduhi.at/Inhalte/Musik-HS/default.htm
Kontaktperson - Name	Dr. Johannes Reitinger
- E-Mail-Adresse	Johannes Reitinger <j.reitinger@eduhi.at>
- Post-Adresse (Privat oder Schule)	A-4780 Schärding/Inn, Schulstraße 5b
- Schule / Stammanstalt,	
- Schulkennziffer	414062
Direktor/-in - Name	Gertraud Greiner

Beteiligte Schule(n) - jeweils - Name	TU Graz, Institut für Softwaretechnologie
- Post-Adresse	8010 Graz, Inffeldg. 16b
- Web-Adresse	http://www.ist.tugraz.at/
Kontaktperson - Name	Dr.techn. Walther Neuper
- E-Mail-Adresse	neuper@ist.tugraz.at
- Post-Adresse (Privat oder Schule)	8010 Graz, Inffeldg. 16b
- Schule / Stammanstalt,	
- Schulkennziffer	
Direktor/-in - Name	Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Franz Wotawa

2. Ausgangssituation

Neben inhaltlichen Voraussetzungen (Abs.2.2) sind für das Projekt besondere organisatorische Voraussetzungen zu erwähnen.

2.1. Änderungen in der Projektorganisation

Die Projektleitung wurde während des Sommers 07 durch J.Reitinger übernommen, nachdem der ursprüngliche Projektleiter, E.Boxhofer, als Betreuer des IMST S1-Schwerpunktes berufen wurde.

Unterstützung durch proVision (beantragt mit Euro 2.900,-) wurde nicht genehmigt. proVision sollte partnerschaftliche Zusammenarbeit zwischen Entwicklern des sCAS an der TU Graz, Experten der Didaktik der Mathematik und den Projekt-Lehrern an Hauptschulen und AHS unterstützen (Entwicklung des Contents in Zusammenarbeit mit den Lehrern, praxismgerechte Weiterentwicklung des sCAS nach Requirements-Erhebung bei den Lehrern). Diese Zusammenarbeit sollte auch durch innovative Technologie unterstützt werden: Das sich gerade etablierende Web2.0 bietet Services (Wikis, Blogs, Blogospheres, RSS,..), die versprechen, die anspruchsvolle Kommunikation im Zuge von institutions- und schultypübergreifender Zusammenarbeit effizienter zu gestalten. Dies alles war 'kostenneutral' nicht zu realisieren.

Die Auftaktveranstaltung im Rahmen des „Verbreitungs-Projektes“ kam nicht zustande, nicht zuletzt aufgrund der schon genannten Turbulenzen. Die Auftaktveranstaltung an der Pädagogischen Hochschule der Diözese, die HS und AHS-Lehrer aus ganz Oberösterreich für die Teilnahme am Projekt interessieren sollte, musste nach nur 6 Anmeldungen abgesagt werden. Der Modus der Ausschreibung der Auftaktveranstaltung hätte die Dienstfreistellungen sowie Ersatz der Reisekosten der Lehrer bewirkt; dies fiel nun weg.

So wurde zusammen mit dem S1 Betreuerteam beschlossen, die (wenigen) gemeldeten Teilnehmer auf später zu vertrösten und die Unterrichtsversuche nur in Schärding durchzuführen. Dieser Plan fand auch sofort die volle Unterstützung von Frau Dir. Gertraud Greiner der Musikhauptschule Schärding. Und Frau Fachlehrer Angelika Gründinger konnte dafür gewonnen werden, ihre Mathematik-Klasse M04a-M04b für die Unterrichtsversuche zur Verfügung zu stellen und an der Vor- und Nachbereitung einer Unterrichtssequenz sowie im Team-Teaching in der Durchführung der Aktionsphasen mitzuarbeiten.

2.2. Ausgangssituation puncto Inhalt

Der Stand der Wissenschaft in Computermathematik erlaubt das Design von interaktiven und transparenten Modellen von Mathematik -- betrachtet man Mathematik als jene Denkmethode, die Beobachtungen zu Formeln abstrahiert und diese dann in begründbaren Schritten in Richtung einer Lösung bearbeitet, dann muss ein Modell von Mathematik dies implementieren:

Das Abstrahieren muss interaktiv Element für Element zu einer formalen Spezifikation führen, und dann muss das Vorgehen Richtung Lösung interaktiv Schritt für Schritt geschehen, wobei jeder Schritt durch Anwendung einer elementaren Operation (Substitution etc.) oder eines Theorems begründet sein muss. Ein System, das ein solches Modell implementiert ('single stepping (Computer Algebra) System, sCAS), soll die Lernenden aktiv ihre Schritte setzen lassen, sie führen wenn notwendig und ihre

Schritte auf Korrektheit überprüfen. Ein sCAS soll auch transparent sein: jedes Element, jedes Teil einer Formel gehört zu einer mathematischen Struktur mit ihren 'typischen' Axiomen, Definitionen und Theoremen — jederzeit einsehbar für SchülerInnen.

Die Funktionalität des sCAS der TU Graz wurde bisher nur an HTLs zum komplexen Thema „Biegelinien“ erprobt. Nun sollte der Bogen zum anderen Ende des Anwendungsbereiches, zu Hauptschulen, gespannt und dort die Anwendbarkeit des sCAS ebenfalls erprobt werden.

3. Ziele des Projekts

Der genehmigte Projektplan nennt folgende Zielsetzungen:

1. Verbreitung von E-Learning mit transparenten single stepping Systemen anhand konkreter Unterrichtsbeispiele und zugehöriger Medien.
2. Weitgestreute Erprobung und Evaluation der entwickelten E-Learning Einheiten in verschiedenen Lernsituationen, in verschiedenen Klassen, in verschiedenen Schultypen (Hauptschule, Sekundarstufe I an AHS)
3. Kompetenz der Lehrer in Didaktik und Methodik des E-Learnings erhöhen durch aktive Mitgestaltung und Möglichkeiten der Kooperation mit Didaktikern und Technikern.
4. Im Zuge der Weiterqualifizierung der Beteiligten konkrete Ansätze zur Mitgestaltung in der organisatorischen Neuordnung der Lehrer-Aus- und Fortbildung im Zuge der Einführung der Pädagogischen Hochschulen liefern.
5. Vorarbeiten für lern- und entwicklungs-psychologische Untersuchungen mithilfe eines sCAS, das im ISAC-Projekt der TU Graz entwickelt wird, am Übergang vom `anschaulichen Zahlenrechnen` zum `abstrakten Formelrechnen`.

Die geänderte Ausgangssituation, wie oben geschildert, führten gleich zu Projektbeginn zur Einschränkung der Ziele (1) und (2) in ihrem Umfang, und die geringere Anzahl beteiligter Lehrer verschiebt Ziel (4) auf Nachfolgeprojekte. Nachdem die zusammen mit dem gegenständlichen Projekt beantragte Unterstützung im Rahmen von „proVision“ nicht genehmigt wurde, musste Ziel (5) ganz wegfallen.

Das Nachjustieren der Ziele erfolgte in Absprache mit dem S1-Betreuerteam von IMST:

4. Module des Projekts

Zum Erreichen der Zielsetzung wurde das Projekt in folgende „Workpackages“ geteilt, die auch zeitlich ungefähr so abliefen, wie sie gereiht sind.

4.1. Unterrichtsplanung und Authoring

Diesem Modul wurden folgende Aufgaben zugeordnet:

1. Abklären zwischen Lehrern und dem Kontaktmann zu den ISAC-Entwicklern an der TU, was die experimentelle Software leisten kann und was nicht, in welchen Unterrichtssituationen sie eingesetzt werden kann und in welchen nicht, und was man von ihr erwarten kann und was nicht
2. Zeit- und Organisationsplanung für den Unterricht in den Aktionsphasen: in welchen Klassen und in welchen Wochen wird der Unterricht mit Software-Einsatz durchgeführt, Schularbeitstermine
3. Inhaltliche Detailplanung zur Gestaltung der Aktionsphasen: welche Voraussetzungen in Algebra haben die Schüler zu diesem Zeitpunkt, welche sind die Ziele und Inhalte der festgelegten Stunden, welche Materialien sind zu besorgen

4. Vorgaben für das Authoring durch die Entwickler an der TU: Auswahl der Seiten aus dem verwendeten Mathematik-Lehrbuch, von denen Aufgaben per Hand und/oder per Computer gerechnet werden sollen; Auswahl der Rechengesetze, die in diesen Rechnungen verwendet werden sollen (möglichst jene, die die Schüler gewohnt sind).
5. Authoring von Aufgaben und Rechengesetzen durch das ISAC-Entwickler-Team nach den Vorgaben der Lehrer.

Die Aufgaben 2. und 3. wurden von den Lehrern in Schärding, und die Aufgabe 5. von den ISAC-Entwicklern an der TU Graz bearbeitet. Dazu fanden zwei Koordinations-Gespräche am 13.Nov. und am 17.Dez. in Schärding statt.

Aufgabe 5. musste aufgrund der weggefallenen Unterstützung durch „proVision“ auf ein Minimum reduziert werden. Zum Glück brauchte ein Student an der TU gerade eine passende Arbeit für ein Seminar/Projekt [Moschitz 2008], die das Authoring der Aufgaben abdeckte.

Der Verlag des Schulbuches, aus dem die Aufgaben ins ISAC-System kopiert wurden, genehmigte die schul-interne Verwendung, jedoch nicht die Veröffentlichung im Internet.

Am 17.Dez. erfolgte auch die Installation des Mathematik-Servers im Schulnetz der Hauptschule.

4.2. Durchführung der Aktionsphasen

Nach Vorgabe der Planungen wurden die Aktionsphasen im Jänner 08 an der Hauptschule 1 in Schärding durchgeführt. Im Computerlabor standen die ausgewählten Beispiele aus dem Lehrbuch zur Verfügung, ein kleiner Teil davon auch nach den vorgeschlagenen Rechenverfahren. Das Mobilar im Computerlabor erlaubt zwei unterschiedliche Sitzordnungen: (1) am Computer mit dem Rücken zur Raummitte, (2) Sitzkreis bzw. Frontal-Unterricht an Tischen in der Raummitte (kein „Computer-Lehrraum“, sehr vorteilhaft für offene Lernformen !)

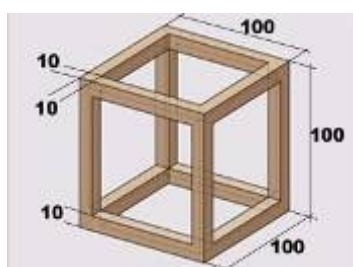
Der Unterricht erfolgte im Team-Teaching (Klassenlehrerin, Projektleiter, Kontaktperson zur TU) und war so geplant, dass immer einer der Lehrer/innen frei war für Unterrichtsbeobachtung. Rückmeldebogen für die Schüler zum Ende der jeweiligen Unterrichtseinheit waren bereitgestellt.

Wir skizzieren den Unterrichts-Inhalt soweit, dass die Folgekapitel darauf Bezug nehmen können.

(1) Mathematik-Labor I: „Handeln abstrahieren zu Formeln“

Diese Aktionsphase umfasste 4 Einheiten a 50 Minuten am 8.1.2008, Team-Teaching.

1. Aufgabe zum Einstieg: Aus den Balsaholz-Stäben (1m Länge, Querschnitt 10x10mm) soll jede Gruppe einen Würfel fertigen: Achtung bei den Ecken !



2. Wie groß ist der Verschnitt: Bitte Rechnung ! Ergebnis: Der Verschnitt ist immer gleich groß, obwohl die Stöße an den Ecken von verschiedenen Gruppen verschieden gewählt wurden.
3. Übergang zur Formelsprache: $L = 4 \cdot 100 + \dots$ (Zweck mehrfach begründen !)
4. Kann die *Algebra begründen*, warum alle Gruppen das Ergebnis $L = 1040$ erhalten ? Besprechen der Rolle von Rechengesetzen.
5. Übertragen der Rechnungen in den Computer; wie überprüft dieser die Richtigkeit ? Welche Rechengesetze wendet er wann an ?

(2) Mathematik-Labor II: „Formeln mittels Regeln manipulieren“

Diese Aktionsphase umfasste 2 Einheiten a 50 Minuten am 15.1.2008

Die Schüler beobachten, wie ISAC eine Rechenaufgabe unter Anwendung von Rechenregeln (ganz mechanisch) vereinfacht. Bei den folgenden, ganz einfachen Beispielen wurde das Wesentliche klar:

Beispiel Nr.134a	
Schülerversion	Computerversion
$r + 2r =$ $= (1 + 2) r$ $= 3r$	$r + 2 \cdot r =$ $= (1 + 2) \cdot r$ $= 3 \cdot r$
	$n + m \cdot n = (1 + m) \cdot n$

Beispiel Nr.134b	
Schülerversion	Computerversion
$7x + 3x =$ $= (7 + 3) x$ $= 10x$	$7 \cdot x + 3 \cdot x =$ $= (7 + 3) \cdot x$ $= 10 \cdot x$
	$l \cdot n + m \cdot n = (l + m) \cdot n$

Die beiden Aufgaben oben benötigen jeweils eine Regel zum Vereinfachen; die Art, wie Schüler die Aufgabe händisch lösen (Schülerversion), entspricht genau der Art, wie der Computer sie vorrechnet (Computerversion).

Die folgende Aufgabe vereinfachten die Schüler wie oben in einem Schritt, der Computer jedoch verwandte zwei Schritte dafür --- eine sehr konkrete, lehrreiche Lernsituation für die Schüler (wie sie vom Computer ständig produziert werden, solange, bis ein Schüler zu seiner Zeit „Heureka“ erfährt):

Beispiel Nr.134c	
Schülerversion	Computerversion
$2s + s + 5s =$ $= (2 + 1 + 5)s$ $= 8s$	$2*s + s + 5*s =$ $= 2*s + (1 + 5) * s$ $= 2*s + 6*s$ $= (2 + 6)*s$ $= 8*s$
	$n + m*n = (1 + m)*n$ $l*n + m*n = (l + m)*n$

(3) Mathematik-Labor III: „Regeln als Grundlage der Mathematik“

Diese Aktionsphase umfasste 2 Einheiten a 50 Minuten am 22.1.2008, Team-Teaching. Die dritte der geplanten Einheiten wurde spontan gestrichen, als sich zeigte, dass ISAC eine unbedingt notwendige Interaktionsmöglichkeit nicht anbot (siehe Abschnitt 6.2).

1. Frage zum Einstieg: Was ist der Unterschied zwischen $3:0=..$ und $0:3=..$ und wie könnt ihr den Unterschied begründen ? Schülerversuche werden protokolliert.
2. Intervention eines Lehrers: Begründungen zu solchen Fragen ergeben sich kaum aus der Erfahrung, aus dem „Hausverstand“, sondern aus Formeln:

Rechnung(Formeln) (Bruchstriche verbesserungswürdig)	Regeln
33 =	
= 33 / 1	$a = a / 1$
= 33.0 / 1.0	kürzen: $a / b = a.c / b.c$
= 0 / 0	$a.0 = 0$
= 77.0 / 1.0	$a.0 = 0$
= 77 / 1	kürzen: $a / b = a.c / b.c$
= 77	$a = a / 1$

Wo ist „der Hund begraben“ ? Diese Formeln zeigen doch, dass $33=77$ (also eine beliebige Zahl wäre einer anderen gleich) und das wäre der „Tod der gesamten Mathematik“. Also sind die Mathematiker (durch ihren Überlebenswillen ;-) gezwungen, $a/0$ zu verbieten, in diesem Fall das Kürzen genauer zu formulieren: wenn $c \neq 0$ dann $a/b = a.c/b.c$.

4.3. Rückkoppelung Unterrichts-Praxis – Software-Entwicklung

Lehrer sehen sich der Anforderung nach „modernem, individualisiertem“ Unterricht ausgesetzt, häufig verbunden mit der Aussicht, dass „E-Learning“ solche Ansprüche erfüllen helfe. Das Angebot an Lernsoftware ist jedoch verwirrend vielfältig, und wie sollte dann ein Lehrer auch noch wissen, was er sich von künftigen Softwareprodukten wünschen sollte ?

Genau das erscheint jedoch notwendig, wenn man die neuartigen Möglichkeiten im eben offenen Innovationsfenster des „Computer Theorem Proving“ betrachtet, die eine einheitliche Basis für die gesamte Software zur angewandten Mathematik (wie sie an Schulen betrieben wird) verspricht.

Das ISAC-Projekt hat seit 10 Jahren Unterrichtspraktiker in die Design- und Entwicklungsarbeit eingebunden, hat eine ganze Reihe neuartiger Interaktionsmöglichkeiten in der ISAC-Software angelegt, steht jedoch vor der Schwierigkeit zu entscheiden, wie diese Möglichkeiten zu gewichten und im Detail zu gestalten sind.

Weil dieses Anliegen so wichtig erscheint, hat das Projekt-Design zwar den Kontaktmann zu den ISAC-Entwicklern in beide Module 4.1. und 4.2. eingebunden, aber dennoch diesen Modul 4.3. hiermit von den anderen separiert.

5. Projektverlauf

			2007	2008				
	Okt	Nov	Dez	Jan	Feb	Mär	Apr	Mai
Unterr.planung und Authoring	 							
Durchführung des Unterrichts								
Rückkoppelung Softwareentw.								
Bereitstellen der Erfahrung								

6. Schwierigkeiten

Die äußerst fruchtbare Zusammenarbeit zwischen Lehrern mit ihrer praktischen Erfahrung im Unterricht einerseits und Softwareentwicklern (vertreten durch ihren Kontaktmann) andererseits hat in sehr effizienter Weise ganz entscheidende „Knackpunkte“ geklärt.

6.1. Verbesserungswürdige „Usability“ der Software

Die Vorgabe der Entwickler, dass ISAC keinerlei gesonderte Zeit zur Einschulung der Schüler bräuchte, wurde in den Aktionseinheiten rigoros eingehalten.

Diese Vorgabe, dass ISAC sich selbst vollständig erklären würde, bewahrheitete sich nur für die grundlegende Handhabung der Benutzeroberfläche, und verlor umso mehr ihre Gültigkeit, je mehr die Modellhaftigkeit von ISAC für mathematische Prinzipien ins Spiel kam. Diese (wesentlicheren !) Lerngelegenheiten wurden erst dadurch wirksam, das die Lehrer (Team-Teaching !) helfend und steuernd eingriffen.

Konkret war an der Benutzer-Oberfläche zu bemängeln:

1. Die Rechenregeln im Format $?a * (?b + ?c) = ?a * ?b + ?a * ?c$ sind für Schüler nicht lesbar; Fragezeichen weglassen !
2. Die Eingabe von Formeln ist uneinheitlich: bei $+$ und $*$ sind Leerzeichen beliebig, bei $-$ unterscheidet ein Leerzeichen zwischen unärem und binärem Minus.
3. Der Doppelklick zum Wechsel in den Eingabemodus für Formeln braucht unnötig viel Probieren seitens der Schüler
4. Die Beschriftung der Schaltflächen ist englisch.

Der Punkt 1. wurde nach der Aktionsphase an der Hauptschule Schärding behoben; die anderen Punkte sind technisch aufwändiger.

6.2. Fehlende Interaktivität in ISAC

Das Wesen dieses Mangels wurde nur die Anwesenheit des Kontaktmannes zu den ISAC-Entwicklern im Team-Teaching erkennbar:

Das Beobachtungsprotokoll hielt fest, dass „die didaktisch-konzeptuelle Frage dieser Laborphase war, ob die Schüler/innen die Vorgehensweise von ISAC 'vorhersagen' können. Anhand einfacher Beispiele wurde dies versucht, und es ist zum Teil gut gelungen. [...] Spätestens in dieser Phase haben alle Schüler begriffen, was unter reinem Regelanwenden zu verstehen ist und sind damit der Algebra einen großen Schritt näher gekommen.“

Nun geht es dem ISAC-Design keineswegs darum, dass Schüler die „Vorgehensweise von ISAC vorhersagen“ lernen, sondern vielmehr darum, dass sie mechanisches Regel-Anwenden verstehen und beherrschen lernen!

Die geschilderte Sichtweise entstand dadurch, dass ISAC zwar die Regelanwendungen in den jeweiligen Schritten anzeigt (auch Eingabe einer Formel durch den Schüler beantwortet ISAC mit der Begründung in Form einer Kette von Regeln !), aber in der verwendeten Version *keine aktive* Eingabe der Rechenregeln anbot: Wenn ISAC jedoch ein Lernwerkzeug für Regel-Anwendung sein will, muss es den Lernenden anbieten, eine bestimmte Regel bewusst auf eine bestimmte Formel anzuwenden, und darauf Feed-back geben.

Dieser wesentliche Punkt wurde von Lehrern und Entwicklern in der Aktionsphase in Schärding erkannt, technische Möglichkeiten seiner Behebung diskutiert und diese von den Entwicklern veröffentlicht [Krempler 2008], siehe Abs.8.1. und Abs.9.3.

Für die Zukunft ist zu hoffen, dass sich Unterstützungs-Strukturen für partnerschaftliche Zusammenarbeit zwischen akademischer F&E und schulpraktischer Anwendung aufbauen lassen.

6.3. Überforderung der Schüler durch theoretische Ansprüche

Die Unterrichtsprotokolle halten mehrfach Beobachtungen fest, die in dieselbe Richtung weisen:

Mathematik-Labor I: „Gegen Ende der ersten Laborphase stellen wir Beobachter fest, dass ca. 1/3 der Schüler/innen den Denkschritten nicht mehr folgen konnten. Für sie war aber unserer Meinung nach die fortgeschrittene Zeit mehr das Problem als die Fassbarkeit der Inhalte.“ (ist die „fortgeschrittene Zeit“ nicht doch eine eher euphemische Begründung ?!)

Mathematik-Labor II: „... und sind damit der Algebra einen großen Schritt näher gekommen. Von etwas eine Ahnung zu haben heißt aber noch nicht, es zu beherrschen.“

Mathematik-Labor III: „Im Rahmen dieser Laborphase stießen einige Schüler/innen deutlich an ihre Grenzen.“

Diese Beobachtungen betreffen ausschließlich Unterrichtsphasen, die der Kontaktmann zu den Softwareentwicklern speziell mit seinem Hintergrundwissen aus Computermathematik prägte, und die mechanisches Regel-Anwenden beinhalteten (z.B. was ist möglich, $0 : 3$ und/oder $3 : 0$ und wie läßt sich das begründen ?).

Nach den Aktionsphasen an der Hauptschule Schärding ist die Frage offen: Ist die (deutlich festgestellte) Überforderung von (hoch motivierten !) Schülern begründet in zu hohen Ansprüchen der Unterrichtsziele, oder verschwindet sie im spielerischen Umgang mit dem neuen, in Abs.6.2. beschriebenen Feature der ISAC-Software ?

6.4. Neue Herausforderungen an Lehrer

Die Erfahrungen mit einem transparenten single stepping Algebra System haben nicht nur für die Schüler Neues gebracht, sondern auch für die Lehrer; die gemeinsame Vor- und Nachbereitung war durch zum Teil heftige Diskussionen gewürzt.

Ein Protokoll hält fest: *Wir sind mittlerweile mit ISAC sehr vertraut. Dennoch hatten wir manchmal das Gefühl, dass wir selbst nicht genau wussten, was ISAC gerade macht, bzw. ob unsere mathematische Auskunftsfähigkeit in diesen Situationen ausreichend war. Lehrer/innen unterrichten zwar Mathematik, sind aber dennoch keine Fachwissenschaftler in diesem Bereich. Diese Tatsache führt zwangsläufig zu Unsicherheiten, wenn man sich mit den Wurzeln der Algebra einlässt. Insofern gilt auch hier für mich: Nicht voraussetzen, dass Lehrer/innen das alles können (oder können müssten), sondern alles Nötige kompakt und praktisch zur Verfügung stellen. Wir empfehlen diese Strategie nicht deshalb, weil Lehrer/innen grundsätzlich nicht bereit wären, Neues kennenzulernen und auszuprobieren. Dies ist nämlich unserer Meinung nach falsch. Die meisten Lehrer/innen versuchen nach bestem Wissen und Gewissen dem gerecht zu werden, was man von Ihnen verlangt. Das ist aber ziemlich viel, und deshalb kann man nicht darauf vertrauen, dass sich jeder automatisch auf etwas Neues einlässt.*

Der Abschluss dieses Zitates stellt, wie wir uns im Team nach und nach bewusst wurden, hohe Anforderungen an die Fortführung der Projektarbeit:

Außerdem gilt: Wer anbietet, der muss auch etwas zu bieten haben.

7. Gender-Aspekte

Unsere Vermutung im Projektplan, dass Computerunterricht in einer **gut** gemischten Klasse Genderaspekte hat, ist von den IMST Genderexperten mit großer Aufmerksamkeit aufgenommen worden; eine Reihe von Mails sind hin und her gegangen, um eine/n Expertin/en zu finden, der sich mit ihrem/seinem genderspezifischen Fachwissen direkt in die konkrete Gestaltung von Unterricht hinein traut.

Einer Reihe von personellen Vorschlägen endete bei Frau Klostermann an der TU Graz, die für eine ganze Reihe von Anliegen zur Verbreitung des sCAS (Lehrerfortbildung an der TU etc.) eine sehr gute Ansprechperson darstellt. Eine konkrete Beratung zur methodischen Unterrichtsplanung konnten wir nicht erreichen.

8. Evaluation und Reflexion

Der kooperative Prozess der Entwicklung von E-Learning hat schon bis zum Abschluss der Aktionsphasen in der Hauptschule Schärding wertvolle „metakognitive“ Erfahrungen im Team gebracht.

8.1. Beidseitiger Profit zwischen Unterrichtspraxis und Softwareentwicklung

Die Software-Entwicklung hat aus der Liste der „Knackpunkte“ von oben höchst wertvollen Gewinn gezogen. Neben einigen Mängeln, deren Behebung noch größeren technischen Aufwand erfordert, führte eine Anregung unmittelbar zu einer wesentlichen Verbesserung von ISAC:

Die im Abschnitt 6.2. identifizierte fehlende Interaktionsmöglichkeit war in der Software bereits angelegt, aber (wie so viele andere Features) dem Benutzer noch nicht bereitgestellt – nachdem die Wichtigkeit dieses Features erkannt war, wurde es von den Software-Entwicklern umgehend realisiert:

Nun kann der Lernende auf 2 Arten bestimmen, welche Regel auf eine Formel angewendet werden kann, und sieht die aus der Regelanwendung resultierende Formel beziehungsweise seinen Misserfolg, wenn die gewählte Regel auf die Formel nicht anwendbar ist.

Die Anregungen der Lehrer aus dem Unterrichtsversuch wurden von dem Entwicklern der TU analysiert und führten zu konkreten Verbesserungsvorschlägen: Jetzt sind in Graz mehr als 10 Möglichkeiten (und Hilfestellungen für den/die Schüler/in) erkannt, zu einer Formel interaktiv anwendbare Rechenregeln zu finden und eine Regel zur Transformation der Formel anzuwenden. Diese Erkenntnis wurde in einer internationalen Konferenz präsentiert [Krempler 2008].

Der umgekehrte Gewinn der Lehrer aus der Begegnung mit Computermathematik äußert sich u.a. im Absatz 8.3. unten.

8.2. Die zeitliche Blockung bring auch Vorteile beim Algebra-Einstieg

Die für den Unterrichtsversuch ausgewählte Klasse war von Beginn an hoch motiviert; die Unterrichtsbeobachtungen zeigten jedoch, dass die Motivation für die später nachfolgenden doch recht fordernden, trockenen und abstrakten Überlegungen keinesfalls gereicht hätte, wäre nicht die Aufgabenstellung ausführlich und nachdrücklich in der händischen Arbeit beim Modell-Bauen vorbereitet worden.

Das Würfel-Bauen brauchte (nachdem die Verbindung der Holzteile mittels vorbereitetem Kleber schlecht funktionierte und einer der Lehrer, als Fachlehrer für Werken, eine sehr perfekte Alternative anbot) ca. eineinhalb Stunden; im Hinblick auf die nachfolgende „theoretische Ausbeute“ dennoch keine verlorene Zeit (wiewohl wir künftig eine zeitsparendere Verbindung der Holzteile anbieten werden).

Die von uns im Mathematik-Labor erprobten Aktionseinheiten schaffen vielschichtige Verbindungen zwischen verschiedenen Aspekten mathematischen Tuns und seiner Konsequenzen, die bei Zerstückelung in kleinere Unterrichtseinheiten schwerlich „hinüberzubringen“ wären.

Die bisherigen Unterrichtsbeobachtungen zeigen, dass noch mehr Zeit für spielerische Erfahrung mit mechanischer Regelanwendung notwendig ist, bis Schüler diese gewinnbringend auf ihre „händischen“ Rechnungen übertragen können (wobei solche Erfahrung zeitlich gestreut vermutlich besser wirkt als in geblockter Form). Solche Erfahrung ist jedoch auf Computerunterstützung angewiesen.

8.3. Anregung zu tiefergehender Lehrer-Aus/Fort-Bildung

Fachliteratur [Bednarz 1996, Coxford 1988, Kaput 2007, Mason 2005, Stacey 2004] zum Algebra-Einstieg empfiehlt einhellig „Anschauung“, „Anschauung“, und nochmals „Anschauung“, die die abstrakte Formelsprache mit der *Erfahrung* der Schüler verbinden soll.

Mit den transparenten single stepping Algebra Systemen stehen nun „Mathematik-Maschinen“ zur Verfügung, die interaktive, spielerische *Erfahrung* mit mechanischer Regelanwendung (nicht unähnlich Sudokus oder Schach) ermöglichen.

Unsere Unterrichtsbeobachtungen zeigen, dass ohne solche Erfahrungen Schüler etwa $0:3$ und $3:0$ nicht unterscheiden und schon gar nicht *begründen* können (solche Begründungen gelingen nur mithilfe weiterer Formeln, Abschnitt 4.2.(3) S.11). Die unterrichtspraktische Behandlung dieses Problems (und ähnlicher Probleme) haben wir in der Fachliteratur nicht gefunden, sie stellt offenbar eine offene Herausforderung an Didaktik wie an Lehrer-Aus- und -Fortbildung dar.

Die Begründung von Formeln mithilfe von Formeln offenbart die Reflexivität von Sprache allgemein (Konstruktivismus !) in sehr konkretem und nachvollziehbarem Zusammenhang. Solche Erfahrung zur theoretischen Grundlegung von Mathematik schaffen auch neue Zugänge zu den betreffenden Arbeiten von Bertrand Russel, Kurt Gödel, Alan Turing und Anderen in der ersten Hälfte des vergangenen Jahrhunderts --- ein lohnendes, aber vernachlässigtes Thema sowohl in der Ausbildung von AHS-Lehrern als auch in jener der HS-Lehrer.

9. Outcome

Das Design sah für jeden der einzelnen Module überprüfbare Ergebnisse vor; die folgende Gliederung folgt also der Nummerierung der Module 4.1. bis 4.3.

9.1. E-Learning Content zum Algebra-Einstieg

Modul 4.1. „Unterrichtsplanung und Authoring“ erbrachte eine grobe Strukturierung der Aktionsphasen im Unterricht für Projekt-internen Gebrauch, sowie einen E-Learning Content zum Algebra-Einstieg.

Dieser Content steht in einem Tutoring- und Authoring System auf Open-Source Basis, ist also von Seiten der Softwarebasis frei verfügbar. Der Content wurde bewusst aus einem herkömmlichen Lehrbuch (jenem, das die Versuchs-Klasse benutzte) kopiert; allerdings gestand der Verlag dieses Buches nur Copyright für den speziellen Unterrichtsversuch zu (keine Verbreitung über Internet etc). Das Autorensystem macht es jedoch leicht, den Inhalt durch einen anderen zu ersetzen, dessen Copyright nicht beschränkt ist.

Die allgemeine Verfügbarkeit des E-Learning Contents ist auch durch technische Gründe begrenzt, die sich aus dem experimentellen Status der Software-Basis ergeben: Der Mathematik-Server läuft nur *innerhalb* eines LAN (nicht über das Internet) und nur auf Linux.

Für dieses Schuljahr steht ein PC der TU Graz mit installiertem Mathematik-Server für Unterrichtsversuche zur Verfügung.

9.2. Outcome der Unterrichtssequenz

Modul 4.2. „Durchführung der Aktionsphasen“ erbrachte Ergebnisse aus strukturierter Beobachtung durch die Lehrer, aus dem Dokumentieren von Arbeitsblättern von Schülern während ihrer Unterrichtsarbeit, sowie aus Fragebögen am Ende der jeweiligen Unterrichtseinheit, siehe Beilagen im Anhang.

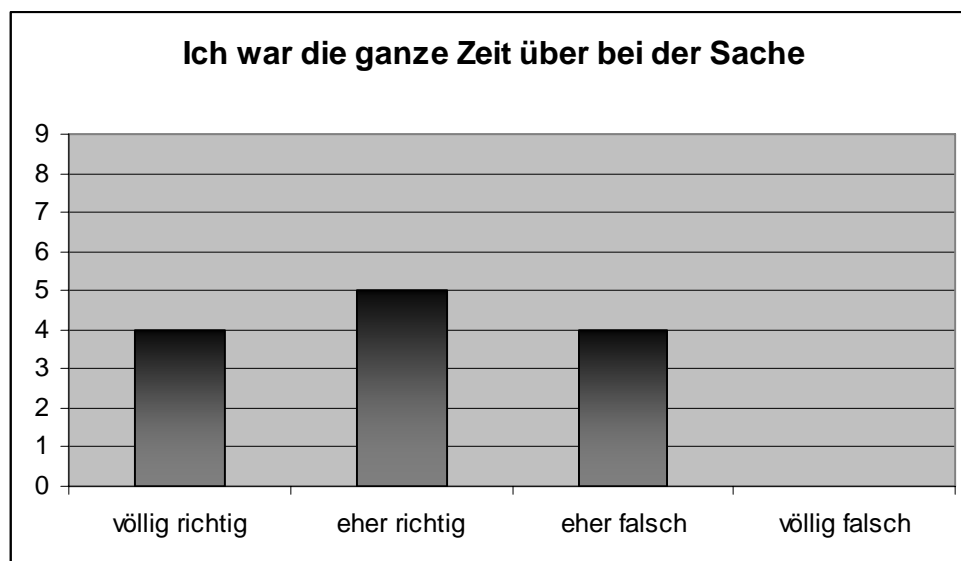
Die kooperative Planung und Durchführung des Unterrichtes in den Aktionsphasen („Mathematik-Labor“) brachte Ergebnisse direkt für Schüler (9.2.1) wie solche Ergebnisse (9.2.2), die allgemeiner methodisch-didaktischer Natur sind.

9.2.1. Unterrichts-Beobachtung und Schüler-Rückmeldungen

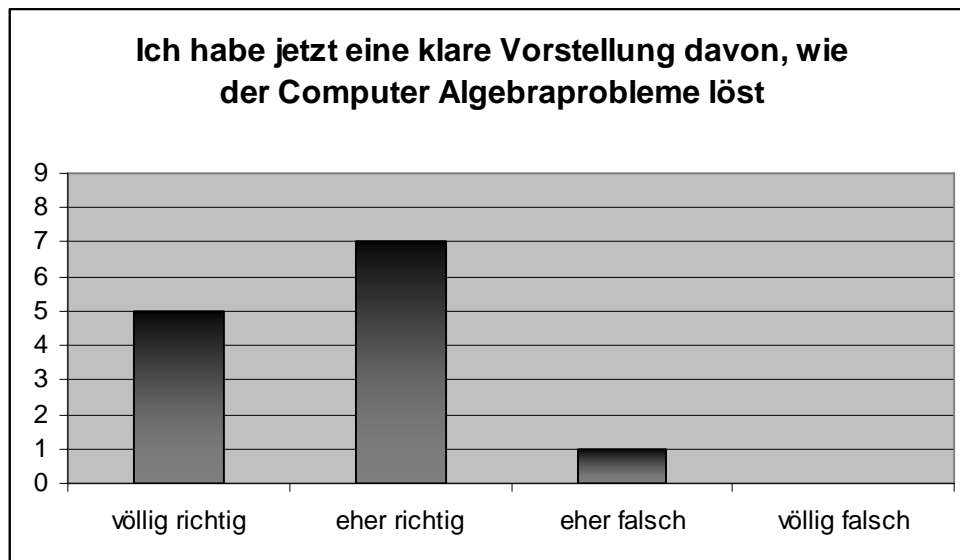
Algebra wird gerne als anstrengender und unlustiger Unterrichtsstoff betrachtet, der am besten in 50-Minuten-Einheiten bearbeitet wird, um die Konzentration der Schüler nicht über Gebühr zu belasten.

Unser Versuch wagte Blockung des Unterrichtes, der ein durchaus anderes Bild ergab. Die bemerkenswertesten Rückmeldungen zum Mathematik-Labor vom 15.1.08 waren wie folgt:

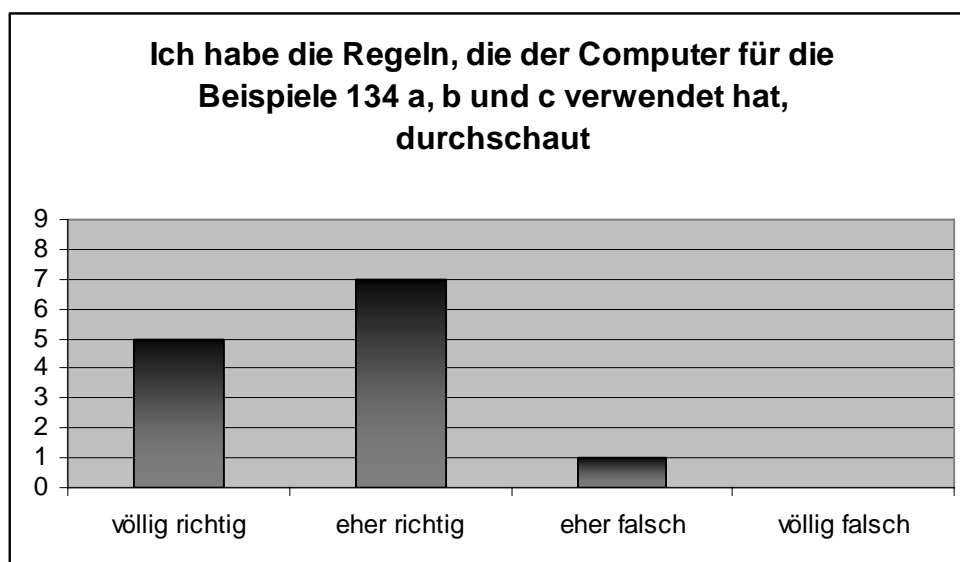
Diese Einschätzung entspricht den Beobachtungen der Lehrer ...



... wobei „die ganze Zeit“ mehrere geblockte Stunden umfasst (offenen Lernformen !). Die folgende Erkenntnis kam leider nicht aus der Software, sondern aus Lehrer-Intervention ...



... und das ist kein primäres Lernziel, sondern eine Begleiterscheinung der Interaktion mit einem „transparenten Modell der Mathematik“:



9.2.2. Neue Zugänge zur Algebra

Die Unterrichtsbeobachtungen zeigen deutlich, dass die Arbeit im Mathematik-Labor neue Zugänge zur Algebra eröffnet hat, wie sie in Standardwerken zum Algebra-Unterricht [Bednarz 1996, Coxford 1988, Kaput 2007, Mason 2005, Stacey 2004] nicht aufscheinen:

Anhand der Erfahrungen aus der verwendeten Software, die „selbst ein Modell von Mathematik“ ist, hat ein beträchtlicher Teil der Schüler nachweislich verstanden,

- dass Rechenaufgaben durch mechanische Regelanwendung gelöst werden kann (eben, weil der Computer es vorzeigt)
- dass also neben intuitiv-anschaulicher Vorgangsweise beim Vereinfachen auch mechanische Vorgangsweise möglich ist

- dass endlich viele (Rechen-)Regeln hinreichen zum Vereinfachen unendlich vieler Rechenaufgaben
- dass ein Computer keine neuen Regeln erfinden muss (und auch nicht darf !) um eine kompliziertere Rechnung zu vereinfachen
- dass Rechen-Sicherheit (durch Anwendung *einfacher* Regeln) mit einer großen Anzahl solcher Regel-Anwendungen erkaufte werden muss
- dass also komplexe Rechenaufgaben mithilfe mehrerer Anwendungen einfacher Regeln bewältigbar sind; Abschnitt 4.2.(2) zeigt dazu Beispiele.
-

9.3. Anpassung der Software an Erfordernisse der Unterrichtspraxis

Modul 4.3. „Rückkoppelung Unterrichts-Praxis – Software-Entwicklung“ bestätigte die Annahme sehr eindrucksvoll, dass solche Rückkoppelung von beidseitigem Interesse ist.

In den vorangegangenen Abschnitten 6.1. „Verbesserungswürdige Usability“ und 6.2. „Fehlende Interaktivität von ISAC“ werden Schwierigkeiten mit der Software im Detail festgehalten, wie sie sich im gemeinhin nur beim unmittelbaren Einsatz in einer realistischen Unterrichtssituation zeigen.

Und der Abschnitt 8.1. oben kann schon von positiven Ergebnissen aus der direkten Rückkoppelung berichten, die eine sehr hilfreiche Anpassung der Software an die Unterrichtspraxis bringen.

10. Empfehlungen

Empfehlung zur Verbreitung methodisch-didaktischer Erfahrungen: Die im Team erarbeiteten, durchgeführten und evaluierten Aktionsphasen im Computer-Labor haben gezeigt, dass

1. der Einstieg in das Thema „Algebra“ von Schülern vergnüglich *und* lehrreich erfahren werden kann (Rückmeldungen 9.2.1)
2. ein mehrstündiges „Mathematik-Labor“ geeignet ist, „begreifen“ (im engeren, haptischen Sinne) lehrreich zu verbinden mit der Erfahrung von „mechanischem Regelanwenden“ (Rückmeldungen 9.2.1 und Kapitel 8.2)
3. Lehrer aus der Computer-Mathematik neue Ansätze zum Verständnis von Algebra sowie Anregungen für ihre Unterrichtspraxis beziehen können (Abschnitt 8.3)
4. neue didaktische Zugänge zum Algebra-Einstieg identifiziert wurden, die in der etablierten Literatur bisher nicht beschrieben sind (Outcome 9.2.2).

Diese Punkte scheinen eine hinreichend sichere Ausgangsbasis dafür zu bilden, den ursprünglichen Zielen (1) „Verbreitung von E-Learning anhand konkreter Unterrichtsbeispiele und zugehöriger Medien“ und (2) „weitgestreute Erprobung und Evaluation der entwickelten E-Learning Einheiten“ in verschiedenen Lernsituationen, in verschiedenen Klassen, in verschiedenen Schultypen (Hauptschule, Sekundarstufe I an AHS) näher zu treten.

Empfehlung zu inter-institutioneller Zusammenarbeit: Die nur in Ansätzen angelegte Rückkoppelungs-Schleife zwischen akademischer Forschung und Entwicklung und schulpraktischer Anwendung sollte so ausgebaut werden, dass die technisch notwendigen Kontakte für maximalen persönlichen Erfahrungsaustausch genutzt werden: Lehrer können ein Hightech-Produkt mitgestalten und andererseits ihre Qualifikationen in Medienkompetenz und Computer-Mathematik erhöhen, Wissenschaftler können ihrem Knowhow relevante und weitgestreute Anwendung verschaffen und andererseits sich als schulexterne Experten in besonderen Lerngelegenheiten dienstbar machen, die Schüler bekommen optimierte Lernmedien, direkten Kontakt zur Wissenschaft und Anregungen hinsichtlich „Meta-Kognition“.

11. Verbreitung

11.1. Methodische Erfahrungen

Die methodischen Erfahrungen aus der E-Learning Sequenz werden unmittelbar weitergegeben in Wiederholungen an anderen Schulen. Bereits vereinbar ist eine Labor-Veranstaltung im Lernfeld Naturwissenschaft an der Praxishauptschule der Pädagogischen Hochschule Steiermark im Herbst 2008.

Eine Präsentation der Erfahrungen aus diesem und anderen Unterrichtsversuchen erfolgt in einer Veranstaltung des Bundes zur Lehrerfortbildung im Herbst 2008.

IMST Nachfolgeprojekte zu anderen Anwendungen der Mathematik, auch in anderen Fächern, werden angestrebt.

11.2. Eine Veröffentlichung [Krempler 2008]

Eine Veröffentlichung [Krempler 2008] mit Präsentation in der internationalen Konferenz ICL „Interactive Computer Aided Learning“ in Villach im September setzt den Lerngewinn der Entwickler aus dem Unterrichtsversuch in Schärding in konkrete Vorschläge zur Weiterentwicklung des sCAS der TU Graz um. Wie bereits bemerkt, wären gemeinsame Veröffentlichungen mit den Lehrern wünschenswert, deren Arbeit die Grundlage für die Weiterentwicklung des Systems wie für methodische Innovationen darstellt.

11.2. Ein Vortrag bei der Internationalen Tagung über Schulmathematik

Ein Vortrag bei der Internationalen Tagung über Schulmathematik zum Thema „Wieviel Neues verträgt die Schule ? Was braucht sie ?“ am 27.Feb. 2008 in Wien sprach grundsätzliche Fragen zur Didaktik der Mathematik an, die sich aus dem Projekt ergaben:

Titel: Wieviel Mechanisieren verträgt das Mathematiklernen ? Wieviel braucht es ?

Vortragender: Dr.Walther Neuper, HTL Graz-Ortweinschule, TU Graz

Abstract:

Der Referatstitel münzt das generelle Tagungsthema auf den in der Mathematik-Didaktik ambivalent betrachteten Begriff "Mechanisieren" -- und erfasst auch die Herausforderung, der sich ein IMST-Projekt unter dem Titel "Begreifen und Mechanisieren beim Algebra-Einstieg" stellt.

Wieviel des Mechanisierens verträgt ein moderner Mathematik-Unterricht, um noch offen zu bleiben für Modellieren und Transferieren, Interpretieren und Dokumentieren, Argumentieren und Kommunizieren (Stichworte aus der Standards-Diskussion) ?
Andererseits: Wieviel Erfahrung mit "mechanisiertem Denken", seiner Verlässlichkeit und Effizienz, braucht es, um dem Lernenden grundlegende Einsichten in die Wirkungsweisen der Mathematik zu ermöglichen ?
Im IMST-Projekt gehen wir diesen Fragen unter Benutzung einer experimentellen Software nach, wir berichten von ersten Ergebnissen.

12. Literaturverzeichnis

- [Bednarz 1996] N.Bednarz, C.Kieran und L.Lee (eds.). Approaches to algebra. Perspectives for research and teaching. Kluwer Publ. 1996, Dordrecht.
- [Coxford 1988] A.Coxford und P.S. Shulte (eds.): The ideas of algebra K-12. 1988 Yearbook of the NCTM. Reston Virginia, 1988
- [Friebertshäuser 1997] Friebertshäuser, B./Prenzel A. (Hg.): Handbuch Qualitative Forschungsmethoden in der Erziehungswissenschaft. Weinheim 1997.
- [Kaput 2007] Kaput,J., Carraher, D.W. und Blanton, M. (eds.). Algebra in the early grades. Erlbaum, Hillsdale, N.J. 2007
- [Mason 2005] Mason, J., Graham, A. und Johnson-Wilder, S. Developing thinking in algebra. Open University Press. London, 2005
- [Stacey 2004] K.Stacey, H.Chick und M.Kendall (eds.). The future of teaching and learning algebra. (12th Icme Study). Kluwer, jetzt Springer, 2004
- [Moschitz 2008] M. Moschitz, Prototyp eines Authoring Tools für das ISAC System. Seminar/Projekt am Institut für Softwaretechnologie, Graz University of Technology, 2008. <http://www.ist.tugraz.at/projects/isac/publ/MM-semproj.pdf>
- [Krempler 2008] A.Krempler, W.Neuper, Formative Assessment for User Guidance in Single Stepping Systems. In: Proceedings ICL08, Villach, Austria, Sept.24-26 2008. <http://www.ist.tugraz.at/projects/isac/publ/icl08.pdf>

Beilagen

- (1) Rückmeldebogen für die Schüler, exemplarisch vom 15.1.2008
- (2) Auswertung der Rückmeldebogen , exemplarisch vom 15.1.2008

Die Homepage für die Entwicklung des sCAS an der TU Graz ist www.ist.tugraz.at/projects/isac

Auf der Homepage finden sich Vorarbeiten zum Content für die E-Learning Sequenz unter [Products](#) > [ISAC-Tutoring](#) > • example browser ([see prototype](#)) > [here](#) > Examples > Etc > Algebra Einführung.

Der Content selbst kann nur am Server im lokalen Netz eingesehen werden, da der Verlag die Veröffentlichung im Internet nicht genehmigte.