



**Fonds für Unterrichts- und Schulentwicklung
(IMST-Fonds)**

S7: „Naturwissenschaften und Mathematik in der Volksschule“

DENKEN BEIM RECHNEN

ID 1535

Karin Deminger

Otto Glöckel Volksschule, 3100 St.Pölten

St.Pölten, Juni, 2009

Inhaltsverzeichnis

ABSTRACT	4
1 EINLEITUNG	5
1.1 Persönliche Ausgangssituation	5
1.2 Schulsituation und Ganztagsklassenbetrieb	5
1.2.1 Schule	5
1.2.2 Ganztagsklassen	5
1.2.3 Klassensituation	6
2 AUFGABENSTELLUNG	7
2.1 Projektziele	7
2.2 Methodik	7
3 PROJEKTVERLAUF	9
3.1 Im Bewusstsein, dass Kinder anders denken	9
3.1.1 Kinder denken oft anders als wir vermuten	9
3.1.2 Umgang mit den Zahlen – Zahlverständnis.....	9
3.2 Methodenvariationen	10
3.2.1 Brain Gymnastik.....	10
3.2.2 Arbeit ohne Schulbuch	11
3.2.3 Freiarbeit – Offene Lernphasen	11
3.2.4 Einsatz von Material:.....	11
3.2.5 Entspannter Umgang mit Fehlern	11
3.2.6 Kraft der Fünf	11
3.2.7 Abstrakte Zeichen (Plus, Minus und Ist-gleich)	12
3.2.8 Automatisieren von Kernaufgaben.....	13
3.3 Ergebnisse	13
3.3.1 Lernstandserfassung	13
3.3.2 Elterninformation	14
3.3.3 Unterrichtsverlauf und praktische Beispiele	14
3.4 Evaluation	24
3.4.1 Freiarbeit.....	24
3.4.2 Zahlenraum und große Zahlen.....	24

3.4.3	Schüleraussagen	25
3.4.4	Gender – Aspekt	26
4	INTERPRETATION DER ERGEBNISSE.....	27
5	TIPPS FÜR ANDERE LEHRKRÄFTE	29
	LITERATUR	30

ABSTRACT

Mein Mathematikunterricht beginnt mit Orientierungsübungen im Zahlenraum 20 und findet ohne Schulbuch statt.

Ich möchte den Kindern Zeit lassen, den Zahlenraum 20 zu erfassen und durch Zahlzerlegungen ein Zahlverständnis aufzubauen.

Bis Weihnachten wird das Schreiben der Ziffern geübt.

Die abstrakten Rechenzeichen führe ich erst nach Weihnachten, nach langer, gründlicher Vorbereitung auf der konkreten und naiven Ebene, ein.

Es ist mir wichtig, die Kinder vom Zählen abzuhalten und sie auf der Suche nach Lösungswegen zu begleiten.

Gezielter Materialeinsatz und Freiarbeit sollen Spaß bereiten.

Durch gestellte Lernumgebungen werden die Kinder gefordert, ihren Zahlenraum zu erweitern, so ist Individualisierung und Differenzierung möglich.

Schulstufe: 1

Fächer: Mathematik

Kontaktperson: Karin Deminger

Kontaktadresse: VS Otto Glöckel, St.Pölten, NÖ

1 EINLEITUNG

1.1 Persönliche Ausgangssituation

Ich absolvierte die Ausbildung zum „Lernberater für Mathematik - Dyskalkulie“ bei Mag. Michael Gaidoschik.

Diese Ausbildung und das Arbeiten mit rechenschwachen Schüler/innen im Einzelunterricht führte zu einer enormen Bewusstseinerweiterung und mir wurde klar, dass ich in meiner nächsten 1. Klasse „anders“ als bisher, nämlich ohne Buch und stattdessen mit „gezieltem Materialeinsatz“ arbeiten werde.

Bei einem Mathematik-Symposium hörte ich einen Vortrag von einer Lehrerin aus Oberösterreich, die ihre Klasse nach dem Buch „Neues Rechnen, Neues Denken“ von Christina Buchner unterrichtete.

Hier sprang der Funke der Begeisterung auf mich über und ich beschloss, mir dieses Buch als Leitfaden zu nehmen.

1.2 Schulsituation und Ganztagsklassenbetrieb

1.2.1 Schule

Unsere Schule wurde 1982 erbaut und speziell für den Ganztagsbetrieb konzipiert.

Derzeit werden 4 Ganztagsklassen (je Schulstufe eine) geführt, in den anderen 8 Klassen wird Betreuung angeboten. Zusätzlich gibt es eine Mehrstufenklasse, die sich an den Grundsätzen Maria Montessoris orientiert.

1.2.2 Ganztagsklassen

Im Ganztagsklassenbetrieb beginnt der gemeinsame Unterricht um 8.40 Uhr und endet um 16.00 Uhr. Es findet ein sinnvoller Wechsel von Unterricht, Übungs- und Freizeiteinheiten statt.

Der Klassenlehrer unterrichtet selbst mindestens an 2 Nachmittagen.

Es gibt keine Hausübungen.

Damit die Eltern einen Einblick in die Leistungen und den Fortschritt ihrer Kinder haben, werden sie ersucht, täglich die Mitteilungshefte zu kontrollieren, die Arbeiten der Kinder anzuschauen und mit ihnen zu lesen.

Der Vorteil dieser Schulform besteht vor allem darin, dass besser auf die Bedürfnisse und den Biorhythmus der Kinder eingegangen werden kann, indem man individuelle Freizeitphasen anbietet.

Für meine Arbeit war von Vorteil, dass im Regelfall zu Hause nicht mehr gearbeitet wurde und somit auch die Kinder nicht falsch beeinflusst wurden.

1.2.3 Klassensituation

Als Klassenlehrerin startete ich mein Projekt „Denken beim Rechnen“ in einer 1. Klasse mit Schuleingangsphase (d.h. Vorschulkinder werden integrativ geführt) in der Ganztagesform. Ich selbst unterrichtete an 3 Tagen pro Woche bis 16.00 Uhr, an den restlichen 2 Tagen bis 12.30 Uhr.

4 Stunden pro Woche unterstützte mich meine Kollegin VL Brigitta Ott, eine engagierte und erfahrene Montessoripädagogin. (Sie stand den ersten Klassen für die Schuleingangsphase zur Seite).

Sehr schwierige Bedingungen ergaben sich durch Sprachbarrieren, durch schwach begabte bzw. wenig bis gar nicht geförderte Kinder, durch ein äußerst hohes Gewalt- und Aggressionspotential und auch durch ständige Veränderungen im Klassenverband (Zuzug von 2 und Abgang von 5 Kindern im Laufe des Jahres).

2 AUFGABENSTELLUNG

2.1 Projektziele

Hauptziel:

Vom Zählen zum “schlau” Rechnen

Ich möchte die Kinder vom Zählen abhalten und durch „Operatives Lernen“ zu mathematischem Denken führen. Dabei sollen sie unterschiedliche Lösungswege sowie mathematische Gesetzmäßigkeiten erkennen.

Nebenziel:

Die Kinder sollen **Freude und Neugierde** an den Zahlen und am Umgang mit diesen erlangen.

Durch diese Ziele erwartete ich mir, dass sich die Kinder in ihrem **individuellen Zahlenraum** bewegen können und damit auch eine Basis für die spätere Vernetzungsmöglichkeit von Wissen gelegt wird. Auch plante ich über verschiedenste Lösungswege zu sprechen und individuelle Lösungswege zu zulassen.

Die Evaluation erfolgt durch genaues Beobachten der Kinder, durch Besprechen von Arbeiten und in weiterer Folge durch Rückmeldungen der Lehrer, die die Kinder nächstes Jahr übernehmen.

2.2 Methodik

Der **(Mathematik -) Unterricht** soll abwechslungsreich und zeitgemäß sein und jedem einzelnen Kind gerecht werden. Das bedeutet für mich:

- Offene Unterrichtsformen finden in Abwechslung mit stillen Arbeitsphasen und Frontalunterricht statt
- Eine Unterrichtsgestaltung, in der die Kinder möglichst viele Gelegenheiten zum selbsttätigen, entdeckenden Lernen erhalten, das “lustvoll” sein soll.
- Durch bereitgestellte Materialien und Aufgaben soll selbstständiges mathematisches Handeln gefördert werden
- Ich möchte an die individuell unterschiedlichen Kenntnisse der Kinder anknüpfen, damit es keine Unter- bzw. Überforderung gibt.

- Alle Schüler sollen hinreichend viel Zeit und Raum für ihr individuelles Lernen haben.
- Lebensnaher Unterricht soll stattfinden, d. h. die Aufgabenstellungen beziehen sich auf die reale Umgebung des Kindes.
- Durch Lernumgebungen sollen die Kinder herausgefordert werden, größere Zahlenräume zu bestreiten.
- Umgang mit Fehlern:
Die Kinder sollen ein entspanntes Verhältnis zu den Fehlern aufbauen.
Ich möchte aus den Fehlern der Kinder lernen, indem sie besprochen werden.
Leider gibt es für uns Lehrer oft nur „falsch“ oder „richtig“, wir vergessen dabei, dass bei den meisten Fehlern auch „Richtiges Denken“ beteiligt ist. Fehler sind eine Chance, etwas über die Denkweise der Kinder zu erfahren.

Ein großes Anliegen ist mir auch **die Arbeit im sozialen Bereich**, um die bestmöglichen Voraussetzungen für „das Lernen“ zu schaffen:

- Respektvolles Miteinander
- Gute Umgangsformen !!! – Auf Vorbildwirkung achten!
- Gemütliche Wohlfühlumgebung: ein schön gestalteter Klassenraum
- Aufbau von gegenseitigem Vertrauen
- Angenehmes Arbeitsklima, durch klare Strukturen und Regeln
- Teamfähigkeitsbildung durch Gruppen- und Partnerarbeiten
- Die Stärken jedes einzelnen hervorheben und Talente fördern
- Miteinander - und voneinander lernen
- Gegenseitiges Helfen.

3 PROJEKTVERLAUF

3.1 Im Bewusstsein, dass Kinder anders denken

3.1.1 Kinder denken oft anders als wir vermuten

Im Rahmen meiner Ausbildung zur Lernberaterin in Mathematik bei Mag. Michael Gaidoschik habe ich bereits häufig gehört bzw. gelesen, dass Kinder einfach anders denken, so wie wir es vorerst einmal nicht nachvollziehen können. Sie haben manchmal ihre eigenen Lösungswege und man sollte ihnen auch ermöglichen, die zu gehen.

- *Kinder denken anders, als wir Erwachsene denken, als wir Erwachsene es vermuten, und anders als wir es gerne hätten.*
- *Kinder denken aber auch anders als andere Kinder und in manchen Situationen anders als in anderen, obwohl sie im Prinzip dem gleichen Problem gegenüberstehen*
- *Wir tun uns manchmal schwer, das zu erkennen, auch weil wir häufig eingeschränkte Vorstellungen davon haben, was Kinder können und was nicht. (Selter, Spiegel. Kinder und Mathematik. S.25)*

Deshalb sehe ich es als sehr wichtig an, mit den Kindern über ihre Gedanken zu sprechen. Es sind oft kleine Denkfehler, die durch Besprechen bzw. Aufarbeiten ausgeschaltet werden können

3.1.2 Umgang mit den Zahlen – Zahlverständnis

- *Ein Kind kann dann mit Zahlen flexibel umgehen und wird die Zahlensätze dann automatisieren, wenn es Zahlen als „Zusammensetzung aus anderen Zahlen“ verstanden hat.*
- *In einem solchen Verständnis sind, „kardinale“ (Zahl wird als Anzahl verstanden) und „ordinale“ (Abfolge der Zahlwörter beim Zählen zur Ermittlung der Anzahl) Zahlaspekte vereint.*
- *Zahlen lassen sich nur durch ihr Verhältnis zu anderen Zahlen definieren und begreifen*
- *Ohne Zahl- und Operationsverständnis bleibt das Auswendigmerken von Rechensätzchen in der Regel dauerhaft eingeschränkt oder wird zumindest massiv erschwert (Skriptum Gaidoschik, 2005)*

Hier ein Beispiel aus „Kinder und Mathematik, Hartmut Spiegel, Christoph Selter; Seite 21“

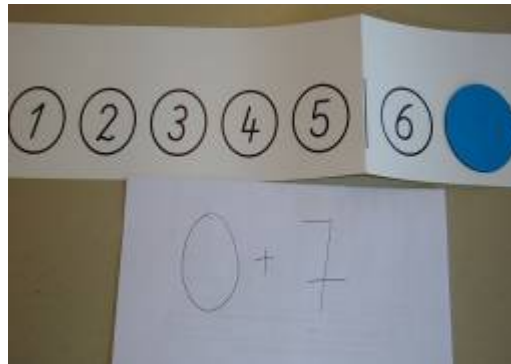
Nicht vergessen - aufgegessen

Die Familie sitzt beim Abendbrot. Der dreieinhalbjährige Fabian zählt seine Häppchen. „Eins-zwei-drei-vier-fünf-sechs-sieben-acht-neun“ Dann isst er ein Häppchen auf und zählt erneut: „Eins-zwei-drei-vier-fünf-sieben-acht-neun“. „Du hast die Sechs vergessen“, korrigiere ich ihn. Erstaunt sieht er mich an und erklärt: „Nein, die hab‘ ich nicht vergessen. Die ist doch schon in meinem Bauch.“

Ein weiteres Beispiel aus meiner Klasse (Nov.2009):

Wir machten Zerlegungen von 7 mit Wendepfättchen, diesmal zum ersten Mal am Zahlenstrahl. Ein durchaus gut begabter Schüler sagte, er hätte noch eine Idee: „0+7“. Gleich nahm er die ersten 6 Pfättchen weg und strahlte stolz, auch noch dieses schwierige Beispiel gefunden zu haben. Auf meine Frage „Wieso?“ und meinen nachdenklichen Blick hin, überlegte er und erklärte mir: „Na schau, da hab ich 0 rote Pfättchen und 7“. (siehe Abbildung 1 unten)

Während er mir diese Antwort gab, wurde ihm sein Denkfehler bewusst.



Bis zu diesem Augenblick dachte ich, dass dieser Bub schon ein Zahlverständnis entwickelt hatte. Er war einer der zwei Kinder, die von Anfang an in einem größeren Zahlenraum arbeiteten und immer gleich richtige Lösungen und Denkansätze brachten.

Ich musste hier noch genauer beobachten, welches Zahlverständnis der Bub hatte und inwieweit ihn nur dieser Zahlenstrahl verwirrte.

3.2 Methodenvariationen

3.2.1 Brain Gymnastik

Um unsere Gehirnfunktionen zu aktivieren beginnen wir Erarbeitungsphasen mit Braingymnastik. (s. Paul E.Dennison, Gail E. Dennison. Brain Gym Lehrerhandbuch)

3.2.2 Arbeit ohne Schulbuch

Ich orientierte mich größtenteils an dem Buch: "Neues Denken – neues Rechnen (Mathe lust, statt Mathefrust)" von Christine Buchner und bestellte an Stelle eines Schulbuchs die dazugehörige Materialsammlung.

3.2.3 Freiarbeit – Offene Lernphasen

Vom 1. Tag an begannen wir den Unterricht mit Freiarbeit.

Grund, die Freiarbeit in der Früh anzusetzen, war, den Kindern die Möglichkeit zu geben, den Schultag mit einer selbstgewählten Arbeit in ihrem Tempo zu starten.

Es wurden viele Materialien und Lernspiele, vorwiegend aus DL, MA, SU und BE aufgelegt. Zusätzlich gab es einen Wochenplan von nur wenigen Pflichtaufgaben, der vorne im Klassenzimmer an der Tafel dokumentiert wurde. Der Plan war in Form eines Rasters, wo die Kinder, nach Erledigung einer Arbeit, ein Magnetplättchen anbringen durften.

Auch in Gruppen - bzw. Partnerarbeiten sollten die Kinder miteinander und voneinander lernen. Das Hilfeleisten, um Hilfe bitten und das Auswählen der Partner wurde geschult.

3.2.4 Einsatz von Material:

Mathematisches Lernen erfolgt bei Kindern wesentlich operativ, also dadurch, dass Kinder mathematisch bedeutsame Handlungen mit Material durchführen und das mathematisch Bedeutsame dieser Handlungen auch erkennen und begreifen.

Beim Zählen und Zuordnen ist die Auswahl der Materialien nicht von Bedeutung. Es bieten sich laufend Zähl- und Zuordnungssituationen an, die man nützen soll. (Skriptum Gaidoschik 2005)

3.2.5 Entspannter Umgang mit Fehlern

- Der Umgang mit Fehlern soll eine Chance zur Weiterentwicklung sein. Fehler gehören besprochen um die Denkweisen der Kinder verstehen zu können.
- Es soll häufig die Möglichkeit zur Selbstkontrolle geboten werden.

3.2.6 Kraft der Fünf

Die Fünf spielt eine wichtige Rolle beim Aufbau innerer Zahlenbilder. Wir können die Menge 8 sehr viel schneller optisch erfassen, wenn wir sie in $5 + 3$ gliedern.

Auch 5 wird optisch untergliedert, meist in $3 + 2$ und nur selten in $4 + 1$.

Auch beim Zehnerübergang kann die „Kraft der 5“ hilfreich sein. Durch entsprechende Vorübungen fällt es den Kindern leicht, die Summanden einer Addition so zu zerlegen, dass die Fünfer isoliert werden.

z.B. $6 + 8 = 5 + 5 + 1 + 3$ (siehe Foto 1 und 2)



3.2.7 Abstrakte Zeichen (Plus, Minus und Ist-gleich)

Viele Kindergartenkinder plappern schon im Kindergartenalter „Eins plus eins ist zwei“ nach. Während es einleuchtet, dass diese Kinder hier ohne Verständnis mathematische Gleichungen artikulieren, wird von Lehrern und Eltern im Regelfall bei Erstklässlern angenommen, die Kinder können den Rechenausdruck „1+1=2“ verstehen und die entsprechende Aufgabe lösen. Es ist aber schwierig mechanisches Hinschreiben von denkendem Lösen zu unterscheiden, wenn das Ergebnis stimmt. (siehe Christina Buchner. Neues Rechnen, Neues Denken. S77 ff)

Plus (+), Minus (-) und Ist-gleich (=) sind höchst abstrakte Zeichen.

Diagramme und Tabellen sind für Kinder viel logischer als Gleichungen.

Damit Kinder reif für das Verstehen (nicht für das mechanische und gedankenlose Anwenden) dieser Zeichen werden, müssen sie oft und oft Handlungen ausgeführt haben, die diesen Zeichen entsprechen.

Nach Hans Aebli müssen wir mathematische Strukturen handelnd aufbauen, bevor wir über Abbildungen und Symbolisierungen zur Automatisierung logischer Bausteine gelangen.

1. Stufe: Effektiver Vollzug einer Handlung (Arbeit mit konkretem Material, wirklichen Gegenständen)
2. Stufe: Die bildliche Darstellung der konkreten Operation (Abbildern, Zeichnen der Handlung)
3. Stufe: Symbolisierung (Rechenzeichen in einer Zifferngleichung stellen das Bild und damit die Operation dar)
4. Automatisierung der Rechnungen, losgelöst von ihrer Bedeutung

3.2.8 Automatisieren von Kernaufgaben

Kernaufgaben sind Aufgaben (Rechensätzchen), die automatisiert werden, um sie jederzeit abrufbereit zu haben. Sie sind Orientierungs- und Lösungshilfen, die nicht gerechnet werden müssen. Sie können als logische Bausteine verwendet werden, von denen ausgehend weitere Schlüsse gezogen werden können.

z.B.:

- Verdoppelungen wie $2+2$
- Um eins weniger
- Um eins mehr
- Rechensätzchen mit 5
- Umkehraufgaben
- Tauschaufgaben
- Nachbaraufgaben

3.3 Ergebnisse

3.3.1 Lernstandserfassung

Um an die Vorkenntnisse der Schulanfänger anknüpfen zu können, arbeitete meine Kollegin, die mir 4 Stunden in der Woche für die Schuleingangsphase zur Seite stand, während der Freiarbeitszeiten in Kleingruppen oder einzeln mit Schüler/innen. In den Freizeitstunden holte ich Kinder einzeln zu mir, um ihren Lernstand zu ermitteln.

Es wurde überprüft:

- Zählen (1 zu 1 Zuordnungen), vorwärts und rückwärts
- Mengen zuordnen
- Simultan und quasi-simultan Erfassung
- Fingerbilder
- Mengenvergleiche (Mengen wurden vor den Augen der Kinder verändert)
- Zahl – und Ziffernzuordnung

70 % der Kinder beherrschten bei Schuleintritt die Zahlwortreihe bis 20 problemlos. 3 Kinder, alles Burschen, schafften es sogar bis 100. Bis auf 2 Kinder konnten alle bis 10 zählen.

Das Rückwärtszählen bereitete Schwierigkeiten.

Auch die 1 zu 1 Zuordnung war nicht bei allen gegeben.

Die Hälfte der Kinder konnte Zahl und Ziffer zuordnen.

Fast alle Kinder beherrschten die Fingerbilder einer Hand, beider Hände nur mehr die Hälfte.

Das Vergleichen der Mengen war vor allem „sprachlich“ ein Problem (mehr - weniger)

3.3.2 Elterninformation

Beim Klassenforum, das in der 2. Schulwoche statt fand, wurden die Eltern von dem etwas anderen Aufbau des Mathematik - Unterrichts informiert und gebeten, nicht vorzulernen oder Vergleiche mit den Parallelklassen anzustellen, sondern einfach Vertrauen zu haben.

Ich hielt es das ganze Jahr über so, dass ich, wenn ich Förderbedarf bei einem Kind erkannte oder wenn die Eltern an mich herantraten, etwas üben zu wollen, ihnen genaue Anleitungen dazu und Material mitgab.

Leider war das Interesse der meisten Eltern am Unterrichtsgeschehen sehr gering.

Einige waren auch nicht davon abzuhalten, den Kindern zählende Techniken beizubringen und arbeiteten so gegen meine Methoden.

Eine Mitarbeit der Eltern war wegen Sprachbarrieren oder Zeitmangel derer nicht möglich. Deshalb besuchten die Kinder auch die Ganztagsklasse.

3.3.3 Unterrichtsverlauf und praktische Beispiele

3.3.3.1 Hin zum Zahlbegriff (bis Weihnachten)

Gleich in der **ersten Schulwoche** begann ich mit gemeinsamen Zähl- und Schätzspielen. Ich hatte in der Klasse eine Ziffernleiter bis 20 aufgelegt, auf der wir vor- und retour hüpfen und mitzählten.

So lernten die Kinder gleich beim Zählen die Ziffern mit. Die Hälfte der Klasse konnte schon bei Schuleintritt gut bis 20 zählen, retour gab es meist noch Probleme.

Andere Zählübungen:

- Dinge im Schulhaus zählen
- Schulsachen zählen
- Kinder und Erwachsene zählen
- Gezählte Mengen der Größe nach ordnen

- Strategien suchen um ungeordnete Mengen besser zählen zu können
- Schätzspiele

Von Beginn an hatte ich für die Freiarbeitszeit einige Arbeitsblätter und Spiele zum Zählen und Schätzen, sowie Zuordnen von Mengen und Ziffern bis 20 aufgelegt, die die Kinder in Einzel- bzw. Gruppenarbeit durchführten.



Ich stellte Materialien und Arbeitsblätter bereit, die die Kinder ohne lange Erklärungen erledigen konnten. Um dabei Ordnung zu halten und alles wieder an den richtigen Platz zurückzuräumen, gestalteten wir Namenskärtchen, die wir auf die Plätze der ausgeborgten Materialien legten.

Meine Kollegin Brigitta Ott arbeitete schon ab der **2. Woche** mit den Kindern in Kleingruppen mit dem goldenen Montessori-Perlenmaterial.



Es stellte sich heraus, dass 3 Buben schon sehr weit zählen und bald auch große Zahlen legen konnten. Damit hatten die Mädchen eindeutig noch Probleme. Da sie aber das auch gerne gekonnt hätten, setzten sie sich oft dazu, legten mit und beobachteten begeistert.

Meine Aufgabe während der Freiarbeitszeit war es, zu beobachten, Fragen zu beantworten, Hilfestellungen zu geben und auch beim Aussuchen einer Arbeit zu helfen und in der Anfangsphase dabei zu sein.

Langsam und stetig legte ich mehr Spiele und Materialien auf, die ich meist im Sitzkreis vorstellte oder in den Freizeitstunden mit den Kindern spielte.

Außerdem wurde eine 10-minütige Wegräumphase, durch Kinderlieder untermalt, eingeführt.

Im **September** wurde vorwiegend gezählt, geordnet, geschätzt und Mengen verglichen.

Gleichzeitig wurde das Schreiben der Ziffern trainiert und geübt – zum Erlernen der Zahlen verwendete ich das recht ansprechende Buch „Komm mit ins Zahlenland“. Die Liedertexte waren für meine ausländischen Kinder zu schwierig. Sie konnten sie sich einfach nicht merken.

Die Simultanerfassung, und Quasi-Simultanerfassung wurde durch z.Bsp. Einprägen der Würfelbilder geschult.

Wir sprachen die Zahlenfolge in verschiedenen Rhythmen, mit veränderter Lautstärke und machten Gymnastik dazu oder untermalten sie mit Orff- Instrumenten.

Auch mit den Ziffern, die wir bereits schreiben konnten, dachten wir uns Reihenfolgen aus und schrieben sie dann nieder.

Anfang Oktober konnten alle, bis auf die Vorschulkinder und zwei Mädchen, problemlos bis 20 und retour zählen und den Zahlen die Ziffern zuordnen.

Alle Volksschulkinder haben die 5 Zählprinzipien (vgl. Gelmann, Gallistel 1978) implizit beachtet.

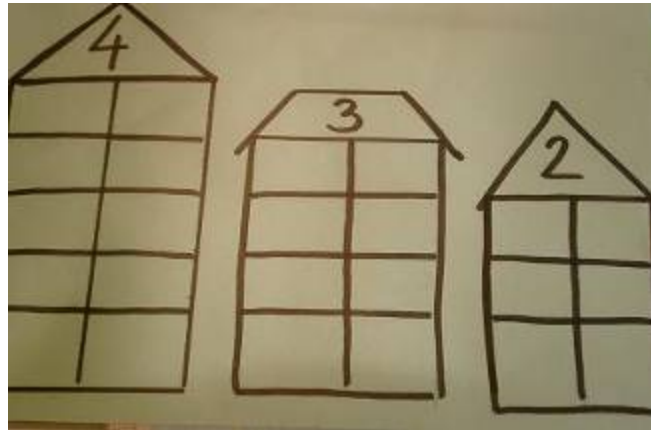
1. Eindeutigkeitsprinzip
2. Prinzip der stabilen Ordnung
3. Kardinalzahlprinzip
4. Abstraktionsprinzip
5. Prinzip der Irrelevanz der Anordnung

Ich begann durch gezielte Übungen und Aufgabenstellungen am Zahlverständnis zu arbeiten.

- Zerlegungen mit Wendeplättchen



- Zerlegungen in Zahlenhäusern



- Schnelles Erkennen von Fingerbildern
- Schnelles Erkennen von Mengen (5er Strukturen – „Kraft der Fünf“)
Mit Hilfe von Mathe 2000 – Blitzrechenbox und 10er und 20er Rechenkettten (immer 5 Kugeln haben eine andere Farbe)
- Mengen vervollständigen (zur gewünschten Anzahl)
- Wegstreichen, bis gewünschte Anzahl erreicht ist
- Gleich große Mengen finden (dazu stellte ich den Kindern die Lernumgebung: Suche 2 gleich große Mengen und verbinde sie – hier zeichnete ein Kind sogar Mengen bis 40)

Im **November** erkannten die Kinder beim Zerlegen der Zahlen mit der Splittbox und beim Verschriftlichen durch Astdiagramme die Möglichkeit des Tauschens der Zahlen (Kommutativgesetz).



Die Arbeit am Zahlverständnis ging gut voran, jedoch merkte ich gravierende Mängel am Schreiben der Ziffern, darauf hatte ich in diesem Jahr einen nicht so großen Wert gelegt. Zwei Drittel der Kinder schrieben die Ziffern spiegelverkehrt, gerade die guten „Mathematiker“ hatten damit große Schwierigkeiten.

So konzentrierte ich mich jetzt mehr auf das Schreiben, jedoch so gut es ging spielerisch:

- Im Kreis am Boden sitzend, vor jedem ein Blatt Papier, zogen wir zur Musik die Zahlen solange nach, bis ich die Musik stoppte und wechselten dann zum nächsten Blatt.



- Einem Partner die Ziffern auf den Rücken schreiben.
- Die Zahlen bis 20 in den Taschenrechner eintippen, so wissen die Kinder, dass sie mit der Zehnerziffer beginnen müssen. – Gebe dazu natürlich einige Spiele für die Freiarbeit vor.
- Gemeinsam Zehnersäckchen füllen und die Zahlen bis 20 legen und schreiben.

Gleich legt die Hälfte der Kinder weiter – das macht Spaß, vor allem, weil ich sage, dass wir das eigentlich noch gar nicht wissen müssten (dürften) und deshalb auch sofort wieder vergessen sollen.



- Zahlen mit Orff – Instrumenten spielen und danach aufschreiben
(ein Trommelschlag für den Zehner, Triangelschläge für die Einer). Daraus ergeben sich Möglichkeiten für Ratespiele in der Klasse und auch in Partnerarbeit.

Ende November konnten bis auf 2 Mädchen und der Vorschulkinder alle die Zahlen bis 20 schreiben. Es kam jedoch immer noch vereinzelt vor, dass die Ziffern seitenverkehrt geschrieben wurden. Kein Kind schrieb jedoch zuerst den Einer und dann den Zehner, was ich als großen Erfolg werte.

Im **Dezember** arbeitete ich besonders intensiv an den Fingerbildern

- Zeig mir!
- Gib dazu!
- Gib weg!

Dabei berücksichtigte ich die Kraft der 5 und sagte immer wieder: „Sei schlau! Überlege, welche Finger du weggibst. Vielleicht brauchst du ja gar nicht zu zählen.“ Bei 5 gaben wir natürlich die ganze Hand weg und vermieden so das Wegzählen.

Hier fiel auf, dass ein Bub immer am langsamsten war. Er war aber derjenige, der von Schulbeginn an weit zählen und rechnen konnte. Für ihn bedeutete dazugeben einfach „weiterzählen“ und weggeben „zurückzählen“. Es war sehr schwierig ihn davon abzubringen. Er ließ sich erst auf meine Methode ein, als er merkte, dass die anderen Kinder so viel schneller waren.

- Beim Einführen der Zahlenmauern - (Ich ließ die Kinder überlegen und zeigte ihnen dann eine Lösung.) - kamen 2 Burschen selbst drauf, wie es geht.
- Das Größer- und Kleiner - Zeichen wurde mit Hilfe von Bildern von „Entenschnäbel“ eingeführt. (Der Schnabel ist bei der größeren Menge offen – Dazu erzähle ich natürlich eine kleine Entengeschichte). Ich hatte Schnabel- Kärtchen vorbereitet und die Kinder durften sie zwischen Teller mit Smarties richtig legen. Das schafften alle Kinder, auch die Vorschüler problemlos.



Derartige Aufgabenstellungen waren immer wieder Fixpunkte der Planarbeit, wo ich mir dann von den Kindern vorsprechen ließ: „....ist größer (oder mehr) als.....“. Das schafften auch die ausländischen Kinder nach einigen Wiederholungen und Übungen in Partnerarbeit recht gut.

Ich bemerke, dass sich die Kinder auch Partner aussuchen, die ihnen helfen können, was mich besonders freut. Anfänglich wurden eher die besten Freunde genommen, mit denen man dann auch mehr Spaß machte als arbeitete.

Dazu stellte ich wieder eine Lernumgebung. Die Kinder sollten selber Zahlen schreiben und die $>$ und $<$ Zeichen dazwischensetzen. Einige schrieben 7- und 8 stellige Zahlen. Sie wussten, umso länger die Zahl ist, umso größer ist die Menge. Auch dieses Gesetz wurde von beinahe allen verstanden.

3.3.3.2 Arbeit am Operationsverständnis und Einführen von $+$ und $=$ Zeichen, sowie Automatisieren bis Ostern

Im **Jänner** wiederholte ich die Zahlenreihe bis 20 durch verschiedenste Übungen (siehe Wittmann, Müller, Handbuch produktiver Rechenübungen), 4 Kinder (3 Mädchen, 1 Bub) taten sich nach den Ferien wieder ziemlich schwer bei einigen dieser Aufgaben.

Während ich immer wieder Spiele an der Zahlenleiter durchführte, begann ich auf der handelnden Ebene am Operationsverständnis der Addition zu arbeiten.

- Durch Zusammenschütten von Murmeln aus 2 Schüsseln in eine dritte Schüssel.
- Mithilfe von Kindern und Gegenständen aus dem Klassenzimmer. Ich erzählte kleine Geschichten und die Kinder spielten diese nach.
- Anschauen von Bildern und dazu die Handlung selbst formulieren.

Diese Handlungen ließ ich dann zeichnen (Bilderstufe – vgl.Aebli). Neben den Zeichnungen machten wir Tabellen oder Diagramme.

Das Selbstständige Zeichnen von Rechensätzchen bereitete Probleme. Die Kinder meinten, sie könnten manche Dinge nicht zeichnen, schon gar keine Geschichten, was für mich zu akzeptieren und nachvollziehbar war. So beließen wir es beim Zeichnen von kleinen Kreisen, Ecken, Blümchen und Herzen.

Das Formulieren von Rechengeschichten war für die meisten Kinder aus sprachlichen Gründen unmöglich.

Symbolisierung

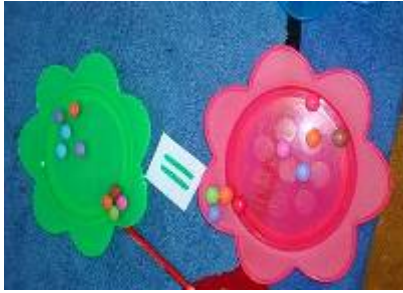
- Rechensätzchen (ohne =) und passende Bilder zusammensuchen.
- Rechensätzchen zeichnen
- Zu Zeichnungen und Bildern Rechensätzchen suchen .



Zwischendurch legten wir immer wieder größere Zahlen mit Säckchen. Bei zwei Mädchen bemerkte ich, dass sie damit noch Probleme hatten, sie griffen nicht automatisch zu 10er Säckchen, sondern legten für 21 1 Zehnersäckchen und 11 einzelne Perlen. Ich bat die Mütter zu mir und gab ihnen für daheim Material zum Üben mit.

Im **Februar**: Einführung des Symbols „ = “

- Vergleichen von Mengen
- Auch mit Hilfe von < und > Zeichen.
- Für gleich große Mengen führten wir das „ = “ Zeichen ein.
- Wir bauten Türme mit Steckwürfeln und konnten anhand der Höhe feststellen, welcher größer ist.
- Danach verknüpften wir die bereits gelernten Plus-Rechensätzchen mit dem Ist-Gleich Zeichen und kamen so zu den Gleichungen.



3.3.3.3 Ostern bis Schulschluss: Arbeit an der Operation der Subtraktion, Einführen des Minus Zeichens, Automatisieren und Zehnerüberschreitung

Im **März** begannen wir zu automatisieren der + Sätzchen im Zahlenraum 10.

Dazu verwenden wir unsere Finger (anfangs betrachtend, dann sich vorstellend). Jede Woche kam einer der unten angeführten Themenbereiche dazu, die wir in Form von „Blitzrechnen“ am Computer (mathe 2000) oder mittels Kärtchen übten.

- Zerlegungen mit 5 im Zahlenraum 10
- Tauschaufgaben
- Um 1 mehr
- Verdoppelungen
- Zerlegungen von 10
- Nachbaraufgaben der Kernaufgaben

wurden durch gezielte Aufgabenstellung (Schöne Päckchen) erarbeitet

z.B: $2+2=4$ $3+3=6$

$3+2=5$ $4+3=7$

Die Kinder setzten diese Reihen soweit sie Lust hatten fort und entdeckten dadurch Gesetzmäßigkeiten.

Das tägliche halbschriftliche Rechnen wurde so zu einem Ritual, das die Kinder liebten. Wir nannten diese Übung „Rechenschlange“, ich sagte im Eiltempo Rechensätzchen und die Kinder schrieben nur die Ergebnisse im Heft untereinander.



Während der Automatisierung der Plus-Sätzchen im Zahlenraum 10, legten und zeichneten wir fleißig gemischte Zehnerzahlen, sowie Analogierechnungen ($3 + 5$, $13 + 5$, $23 + 5$ und weiter). Wieder stellte ich den Kindern dazu eine Lernumgebung, in der sie den Zahlenraum ausdehnen konnten.

Es stellte sich heraus, dass sich die Buben in einem viel größeren Zahlenraum „sattelfest“ bewegen konnten, die Mädchen blieben meist im Zahlenraum 50.

Kraft der Fünf: Wir zerlegten Mengen in Fünfer. (Spiel: Der Fünferräuber)

Wir verbanden die Fünfer zu Zehnern.



Im **Mai** begannen wir am Operationsverständnis „Minus“ zu arbeiten.

Wie bei den „Plusrechnungen“ gingen wir die 4 Ebenen nach Aebli durch.

- Von Plus zu Minus (Mischen und Entmischen von Farben nach Christine Buchner)
- Von Mengenerlegungen in Astdiagrammen wurden Minus - Rechnungen abgeleitet.

Im **Juni** wurde die Zehnerüberschreitung eingeführt, ausschließlich durch Verdoppeln sowie durch Herausfiltern der Fünfer aus den beiden Summanden, die dann zu einem Zehner zusammengegeben werden konnten. (siehe Foto 1 und 2 Kap. 3.2.5 auf Seite13).

Zusätzlich wurde fleißig automatisiert.

Unser Lieblingsspiel dazu, nannten wir „Das Hutspiel“. Ein Spielleiter liest von Automatisierungskärtchen ein Rechensätzchen ab. Das Kind, das den Hut aufhat und sein/e Nachbar/in müssen versuchen dieses Rechensätzchen zu lösen. Der/die Schnellere bekommt den Hut. Bleibt der Hut bei seinem/r Besitzer/in, kommt der/die übernächste Nachbar/in an die Reihe, usw. Der Hut geht immer an den/die schnellere/n/e Rechner/in.



3.4 Evaluation

Die Evaluation fand vorwiegend durch genaues Beobachten der Kinder und Besprechen von Arbeiten statt.

3.4.1 Freiarbeit

- war Beitrag zur Sprachentwicklung

Noch nie konnte ich bei Kindern mit Nicht-Deutscher Muttersprache eine derartige Verbesserung der Sprachkenntnisse feststellen. Die vielen Arbeitsaufträge und Spiele, die die Kinder miteinander erledigten, regte sie an, „Deutsch“ zu sprechen und zwar einfach, um sich zu verständigen und nicht zu Übungszwecken, wie man das sonst in einer Förderstunde mit einem Lehrer gewohnt ist. Es war eine Möglichkeit aktiv und ohne Scheu das Sprechen zu üben.

- Selbstständigkeit und Motivation

Leider war es nicht so, dass alle Kinder gerne arbeiteten. Einige waren überfordert, sich selbst für eine Arbeit zu entscheiden. Hier musste ich helfen. Einige versuchten diese Zeit zu nutzen um gar nichts zu tun und in die Luft zu schauen oder auch zu stören. Hier schritt ich ein, indem ich diesen Kindern dann konsequent eine Arbeit gab.

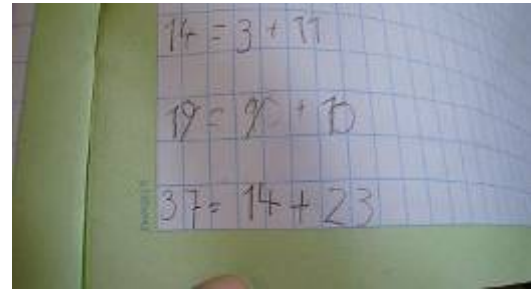
- Teamarbeit

Es war ein großer Fortschritt im sozialen Bereich zu erkennen. Die Kinder halfen sich gegenseitig und arbeiteten größtenteils am Ende des Jahres sehr nett miteinander.

3.4.2 Zahlenraum und große Zahlen

Am Ende des Schuljahres bewegten sich 3 Knaben sicher im Zahlenraum 10 000, die anderen Kinder, bis auf 2 sehr schwache Mädchen problemlos im Zahlenraum 100, manche auch im Zahlenraum 1000, jedoch nur in Hunderterschritten.

Dazu einige Beispiele:



Ich lernte an folgendem Beispiel beim Loben und Ausdrücken meiner Begeisterung Acht zu geben:

Ein paar Mädchen, die sich schwerer taten, schrieben Aufgaben mit ganz langen Zahlen und natürlich falschen Ergebnissen. Ich bin sicher, sie machten das nur, weil sie wussten, welche Freude lange Zahlen bei mir auslösten.

3.4.3 Schüleraussagen

- Ein Bub, der aus einer Privatschule zu uns kam, meinte während er über's ganze Gesicht strahlte:
„Das soll Mathematik sein?“
- „Das ist ja total cool!“
- Unsere Frau Direktorin bewunderte Plakate, auf denen Rechnungen standen.

Einige Kinder riefen: „*Ja, wir sind Rechenkaiser.*“ – Mit „wir“ meinten sie „unserre Klasse“.

- Wenn ich auf das Automatisieren mit Hilfe unserer „Rechenschlangen - Übungen“ vergaß, erinnerten mich mehrere Kinder:
„*Wann machen wir endlich die Rechenschlange?*“
- „*Gell, ich bin schon viel besser geworden?*“ war die richtige Selbsteinschätzung des Burschen, der von der anderen Schule zu uns kam.

3.4.4 Gender – Aspekt

Eindeutig zu erkennen war, dass sich die Burschen beim Aufbau des Zahlverständnisses und beim Zurechtfinden in größeren Zahlenräumen durchwegs leichter taten. Das Schreiben der Zahlen gelang eindeutig den Mädchen besser.

4 INTERPRETATION DER ERGEBNISSE

Durch Beobachten der Kinder und Gespräche mit ihnen wurde deutlich, dass sie den Mathematikunterricht sehr lustvoll empfanden, vor allem die Freiarbeit machte großen Spaß.

Es war aber ein schwieriger Weg dahin und ich kann mir nicht vorstellen, wie ich das ohne meine Kollegin hätte schaffen können.

Der Lärmpegel zu Beginn war enorm, alle hatten gleichzeitig Fragen oder hatten alles andere im Kopf als zu arbeiten.

Als gut erwiesen sich die Namenskärtchen, die die Kinder auf den Platz der ausborgten Materialien legten, obwohl sie immer wieder daran erinnert werden mussten.

Einige Kinder hatten Probleme bei der Auswahl der Arbeiten und benötigten Hilfe. Sie kamen mit der Vielfalt der Materialien nicht zurecht und verloren die Orientierung. Es wäre besser gewesen, in den ersten Wochen nur Bausteine, Plastilin, Malblätter und Dinge anzubieten, die die Kinder ohne Erklärung machen hätten können.

Manche Kinder versuchten einfach nichts zu machen oder zu stören. Auf diese hatte ich großes Augenmerk und gab ihnen konsequent eine Arbeit. Dadurch änderte sich ihr Verhalten. Ich wirkte auch entgegen, indem ich die Kinder am Ende der Freiarbeit im Sitzkreis erzählen ließ, was sie gearbeitet hatten und auch, was sie dabei entdeckt und welche Schwierigkeiten sie dabei gehabt hatten. Ich bemerkte, dass sich die Kinder ernst genommen fühlten und es spornte sie an, etwas zu tun, um danach auch etwas erzählen zu können.

Die 10 - minütige Wegräumphase erwies sich als gut. Wenn die Musik ertönte, wussten die Kinder, jetzt ist es Zeit die Arbeit zu beenden, zum Platz zurückzukehren und ihr Buch, das sie unter der Bank hatten, weiter anzuschauen bzw. zu lesen.

Das Einteilen des Wochenplans, der aus nur 8 Pflichtaufgaben bestand, bereitete Schwierigkeiten. Einige wollten gleich zu Beginn alles erledigen, die anderen ließen sich Zeit bis zur letzten Minute und schafften es dann nicht. Hier war es nötig, immer wieder daran zu erinnern.

Die Partnerwahl funktionierte gut, sie richtete sich zumindest bei den Pflichtaufgaben danach, wer diese Arbeit auch noch offen hatte. So arbeiteten wirklich immer andere Kinder zusammen, was sowohl für die Klassengemeinschaft als auch für die Sprachkompetenz sehr förderlich war.

In den Freizeitstunden oder wenn Kinder mit ihrer Arbeit früher fertig waren, durfte am Computer gespielt werden. Das führte dazu, dass alle Arbeiten nur mehr schlampig erledigt wurden um endlich zum Computer zu dürfen. Deshalb erlaubte ich das Spielen dann nicht mehr und ließ die Kinder, die früher fertig wurden, Freiarbeit machen, was bald sehr gut funktionierte. Trotzdem war ich mit der Arbeitshaltung und der Form der schriftlichen Arbeiten generell überhaupt nicht zufrieden. Die Kinder hatten keinen Anspruch an sich, etwas schön oder fehlerfrei zu machen.

Das Augenmerk lag nicht auf den schriftlichen Arbeiten. Ich konnte im gemeinsamen Spielen, Arbeiten und Besprechen von Aufgaben, die Denkweisen der Kinder viel besser kennen lernen und rechtzeitig einlenken und Hilfestellungen geben.

Bei Förderbedarf ersuchte ich die Eltern mit den Kindern zu üben, instruierte sie und gab ihnen Material mit. Enttäuschend war, dass diese es nicht taten und eigentlich gar kein Interesse am Lernfortschritt des Kindes zeigten. Völlig egal schien auch zu sein, wie das Kind unterrichtet wurde. Es wäre auf jeden Fall wichtig, die Eltern mehr zur Verantwortung zu ziehen, was in einer Ganztagsklasse sicher nicht einfach ist.

Es war ein sehr schönes Gefühl den Kindern zu vermitteln, dass die Zahlen nicht bei 20, 100 oder 1000 aufhören. Wenn wir gemeinsam Analogieaufgaben in größeren Zahlenräumen suchten, jubelten die Kinder. Ich erklärte: „Das dürfen wir eigentlich noch gar nicht wissen. Nicht weitersagen!“ Dieser Satz entlastete die schwächeren und baute den Selbstwert der anderen auf.

Durch das Beobachten der Kinder, aus Gesprächen mit ihnen, ihrem Engagement und ihren Aussagen wurde für mich sichtbar, dass alle Kinder einen äußerst positiven Zugang zu „Mathematik“ gewonnen hatten. Wie sich der Unterricht auf ihr weiteres mathematisches Verständnis auswirkt, wird sich in den nächsten Jahren zeigen.

5 TIPPS FÜR ANDERE LEHRKRÄFTE

Wenn möglich einen Stützlehrer für 1 Stunde am Tag anfordern.

Den Lernstand der Kinder bei Schuleintritt ermitteln.

Beim Offenen Lernen zu Beginn nur Arbeiten, die die Kinder ohne langer Erklärungen lösen können.

Besprechungsrunden, in denen die Kinder erzählen, was sie gearbeitet haben.

Klare Strukturen und Regeln von Beginn an und diese genau und konsequent einhalten und kontrollieren. (Lieber mit wenigen beginnen.)

Ausführliche Elterninformation

Eltern in ihre Verantwortung nehmen

LITERATUR

Buchner, Christina. Brain-Gym & Co. Kinderleicht ans Kind gebracht. VAK Verlag. (2006).

Buchner, Christina. Disziplin - kein Schnee von gestern, sondern Tugend für morgen. VAK Verlag. (2006).

Buchner, Christina. Neues Rechnen – Neues Denken. Vom Mathefrust zur Mathe-lust. VAK Verlag. (2005).

Buchner, Christina. Stillsein ist lernbar. Konzentration, Meditation, Disziplin in der Schule. VAK Verlag. (2006).

Dennison, Paul E. und Gail E..Brain-Gym, Lehrerhandbuch. VAK Verlag. (2008).

Friedrich, Gerhard u. de Galgoczy, Viola. Komm mit ins Zahlenland. Eine spieleri-sche Entdeckungsreise in die Welt der Mathematik. Christophorus Verlag. (2004).

Gaidoschik Michael. Skriptum zum Ausbildungslehrgang.(2005).

Gelmann R., Gallistel C.R.. The child's understanding of number. Cambridge, Mass: Harvard University Press. (1978).

Hengartner, Elmar & Hirt, Ueli & Wälti, Beat & Primarschulteam Lupsingen. Lernum-gebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte. Natürliche Differenzierung im Ma-thematikunterricht.Klett und Balmer Verlag AG. (2006).

Radatz, Hendrik & Schipper Wilhelm. Handbuch für den Mathematikunterricht/ 1.Schuljahr. Schroedel Verlag. (1996).

Radatz, Hendrik. Impulse für den Mathematikunterricht. Schroedel Verlag. (2007).

Spiegel, Hartmut & Selter, Christoph. Kinder & Mathematik. Was Erwachsene wissen sollten. Kallmeyer Verlag.(2003).

Wittmann Erich, Ch. & Müller, Gerhard N. Das Zahlenbuch 1. Lehrerband. Klett-Verlag. (2004).

Wittmann Erich, Ch. & Müller, Gerhard N. Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1: Vom halbschriftlichen Rechnen zum schriftlichen Rechnen. Klett-Verlag. (1993).

Wittmann Erich, Ch. & Müller, Gerhard N. Zahlenbuch 1. Schülerband. Klett-Verlag. (2004).

ANHANG

Jahresstoffverteilung

Fotos

Verwendete Materialien

Internetseiten

Selbst geschriebene Arbeitsblätter (in Schulschrift lesbar!)