

8.4 Anwendungen linearer Funktionen

Zeit-Ort-Funktionen

Grundaufgaben

8.49 Abb.1 zeigt das Zeit-Ort-Diagramm eines Autos, das auf einer wenig befahrenen Autobahn mit annähernd konstanter Geschwindigkeit fährt (t in h, $s(t)$ in km/h).

- Wie groß ist $s(0)$? Was bedeutet $s(0)$?
- Wie lange dauert die Fahrt und welchen Weg legt das Auto dabei zurück?
- Wie groß ist die Geschwindigkeit des Autos? Wie kann diese aus dem Graphen abgelesen werden?
- Wie kann man die Steigung der Geraden noch interpretieren?

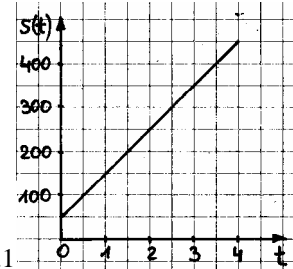


Abb.1

Kosten- und Gebührenfunktionen

Die Produktionskosten einer Ware setzen sich aus zwei Teilen zusammen:

- aus **fixen Kosten**, die von der Produktionsmenge unabhängig sind, wie z.B. Kosten zur Aufrechterhaltung der Produktion, der Lagerhaltung usw.
- aus **variablen Kosten**, die von der Produktionsmenge abhängen, wie z.B. Materialkosten, Lohnkosten usw.

Grundaufgaben

8.52 In einem Betrieb werden Rohre erzeugt. Die fixen Kosten für diese Produktion betragen 10 000 Euro, die variablen Kosten betragen 5 Euro pro Meter erzeugten Rohres.

- Berechne die Produktionskosten (in Euro) für die Produktion von 0, 1000, 2000, 3000 bzw. x Meter Rohr. Lege eine Tabelle an.
- Es sei K die Funktion, die jeder Rohrlänge x die gesamten Produktionskosten $K(x)$ zuordnet (x in m, $K(x)$ in Euro). Gib eine Termdarstellung dieser Funktion an und zeichne ihren Graphen.

Lösung:

a)

| Länge in m | Gesamtkosten in Euro |
|------------|------------------------------------|
| 0 | 10 000 |
| 1000 | $10\,000 + 5 \cdot 1000 = 15\,000$ |
| 2000 | $10\,000 + 5 \cdot 2000 = 20\,000$ |
| 3000 | $10\,000 + 5 \cdot 3000 = 25\,000$ |
| | |
| x | $10\,000 + 5 \cdot x$ |

- b) $K: \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}$ mit $K(x) = 10\,000 + 5 \cdot x$

Als Definitionsmenge haben wir der Einfachheit halber \mathbb{R}_0^+ gewählt, obwohl in der Praxis sicher nicht alle positiven reellen Zahlen als Rohrlängen in Frage kommen. Der Graph dieser Funktion ist in Abb.2 dargestellt.

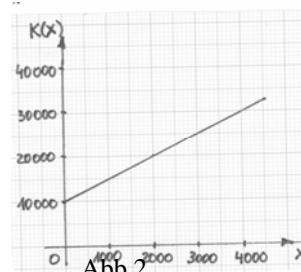
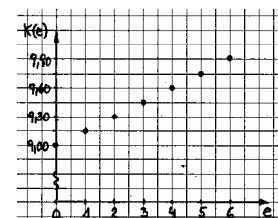


Abb.2

8.53 In Abb.3 sind die monatlichen Handykosten $K(e)$ in Abhängigkeit von der Anzahl e der verbrauchten Einheiten dargestellt.

- Wie groß ist $K(0)$? Welche Bedeutung hat $K(0)$?
- Wie groß ist die Steigung der Geraden, auf der die



Punkte liegen. Gib eine Deutung dieser Steigung an.

- c) Wenn man mehr telefoniert, wievielmals schneller steigen dann die Handkosten an als die verbrauchten Einheiten?

Abb.3

8.54 In einer Großstadt gilt folgende Regel für Taxifahrten. Unabhängig von der Fahrstrecke zahlt man eine Grundgebühr von 1 Euro, für jeden Kilometer zahlt man zusätzlich 0,8 Euro. (Der Tachometer zeigt nur ganze Kilometer an.)

- Zeichne ein Punktdiagramm.
- Wie groß ist die Steigung der Geraden, auf der die Punkte liegen?
- Wenn man weiter fährt als geplant, in welchem Verhältnis steht dann die Erhöhung des Rechnungsbetrages zur Erhöhung der Kilometeranzahl?
- Wenn man das Taxi telefonisch bestellt, zahlt man zusätzlich zur Grundgebühr noch eine Anfahrgeld von 1 Euro. Wie sieht jetzt das Punktdiagramm aus? Zeichne die neuen Punkte in das unter a) angefertigte Diagramm ein.

8.55 Ein Bahnkilometer kostet 0,1 Euro. Für eine Platzreservierung zahlt man pro Fahrt 10 Euro. Die Funktion P ordne jeder Fahrtlänge s den Preis $P(s)$ ohne Platzreservierung, die Funktion Q ordne jeder Fahrtlänge s den Preis $Q(s)$ mit Platzreservierung zu, wobei $s \in \mathbb{N}$ vorausgesetzt wird. Gib Termdarstellungen der Funktionen P und Q an und zeichne ihre Graphen.