

Analyse
Mathematik – Matura
an den Gymnasien Vorarlbergs
2002/2003

Raimund Hermann, Heinz – Dieter Mätzler
BRG Dornbirn-Schoren

Dornbirn, 2003

Einleitung

Die Idee für das Projekt der Maturastudie ist aufgrund folgender Überlegung entstanden:

Aufgrund unserer Unterrichtserfahrungen haben wir festgestellt, dass die Motivation und das Interesse für die Mathematik steigt, wenn die SchülerInnen die Sinnhaftigkeit der mathematischen Inhalte erkennen. Diese Sinnhaftigkeit lässt sich den SchülerInnen besonders gut mit anwendungsorientierten Beispielen vermitteln. Deshalb ist der Grad der Anwendungsorientierung ein zentraler Punkt.

Um den Ist-Zustand der Anwendungsorientierung zu erheben, wurden sämtliche Themenstellungen der Matura 2002 aller AHS in Vorarlberg ausgewertet.

Im Herbst 2002 wurden die Ergebnisse allen Mathematikern, Direktoren und dem Landesschulinspektor der AHS präsentiert und diskutiert. Aufgrund des großen Interesses und vieler positiver Rückmeldungen wurde die Maturastudie im Jahre 2003 wiederholt. Somit konnten in der Maturastudie 2003 Veränderungen festgestellt und Vergleiche gezogen werden.

Hinweis:

Die Erläuterungen und Interpretationen der Powerpointpräsentation sind in grüner Schriftfarbe gehalten. Alle relativen Anteile sind in dieser Maturastudie stets als Prozentzahl aufzufassen.

Motivation:

SchülerInnen: Wozu brauche ich Mathematik?

Durch die anwendungsorientierte Form der Mathematik gewinnen die SchülerInnen die Einsicht, dass die Mathematik sehr sinnvoll und von allgemeinem Nutzen ist.

Aufbau der Analyse:

Welche Themenbereiche der Mathematik werden anwendungsorientiert präsentiert?

Besteht ein Zusammenhang zwischen Anwendungsorientiertheit und Schwierigkeitsgrad?

3

Der Begriff Anwendungsorientiertheit wird in Anhang A näher erläutert.

Evaluation:

Aufgabentypen → Themenbereiche

Klassenweise → Schulform → landesweit

TI 83, TI 92

Die einzelnen Aufgaben werden verschiedenen Aufgabentypen (z.B.: Normalverteilung) zugeordnet. Die Aufgabentypen werden in Themenbereichen zusammengefasst (z.B.: Wahrscheinlichkeitsrechnung). Jede Aufgabe wird als anwendungsorientiert (A) oder als nicht anwendungsorientiert (N) klassifiziert und es wird ein Schwierigkeitsgrad von 1 (einfach) bis 3 (schwer) zugeordnet. Die verschiedenen Ergebnisse (Relativer Anteil der Anwendungsorientiertheit) werden klassenweise, nach Schulformen und landesweit aufgeschlüsselt. Zudem werden die Ergebnisse auch in Bezug auf den erlaubten Taschenrechner differenziert.

Ausgangspunkt:

35 Klassen	Gymnasium :	12	
	ORG:	14	
	Realgymnasium:	6	
	Natwi:	3	
168 Aufgaben	Vier Aufgaben :	11	13
	Fünf Aufgaben:	20	17
	Sechs Aufgaben :	4	5

5

Die Daten der Maturastudie 2002 sind gelb unterlegt, jene der Maturastudie 2003 grün.

Es zeigt sich in beiden Studien eine eindeutige Tendenz in Richtung fünf gestellter Aufgaben. Die Möglichkeit sechs Aufgaben zu stellen wird kaum in Anspruch genommen.

Auf der nächsten Seite werden die Abkürzungen der einzelnen Themenbereiche und Aufgabentypen dargestellt. Es werden fünf Themenbereiche unterschieden:

- Wahrscheinlichkeitsrechnung
- Differential- und Integralrechnung
- Geometrie
- Finanzmathematik und Wachstumsprozesse
- Sonstige Themenbereiche

Die Finanzmathematik und die Wachstumsprozesse werden zu einem Themenbereich zusammengezogen, da sie mathematisch auf der arithmetischen und geometrischen Reihe basieren.

Legende

Wahrscheinlichkeitsrechnung	WR
Normalverteilung	NV
Binomialverteilung	B
Sonstige W.- Rechnung	W
Differential und Integralrechnung	D+I
Volumen (Integral)	VO
Extremwertaufgaben	EW
Kosten – Preistheorie	KPT
Kurvendiskussion	KD
Umkehraufgaben	U
Sonstige Aufgaben	D

6

Geometrie	G
Vektorrechnung	VR
Vermessungsaufgaben	V
Kegelschnitte	K
Finanzmathematik und WP	F+WP
Finanzmathematik	F
Wachstumsprozesse	WP
Sonstige Themenbereiche	S
Anwendungsorientiert	A
Nicht anwendungsorientiert	N

Schwierigkeitsgrade (S):

1 ... Einfach

2 ... Mittelschwer

3 ... anspruchsvoll

Die Bregenzer Sparkasse bietet folgendes Leasing angebot für den Kauf eines VW Golf. Man leistet eine Anzahlung von 4000 € und zahlt fünf Jahre lang monatlich 349 €. Der Restwert nach fünf Jahren beträgt noch 5000 €. Der Neupreis des Fahrzeuges beträgt 25063 €. Die sofort fällige Leasingvertragsgebühr beträgt 198,36 €

- a) Berechne ca. den effektiven Jahreszinssatz inklusive aller Nebenkosten.
- b) Beurteile dieses Angebot auf Grund der derzeitigen Lage der Weltwirtschaft
- c) Wie hoch wären die monatlichen Raten bei gleichen Rahmenbedingungen und einem Zinssatz von 4,25% p.a.?

8

Eine Ellipse mit dem Nebenscheitel $B(0|6)$ schneidet eine konfokale Hyperbel im Punkt $P(6|3)$. Ermittle Gleichungen der beiden Kegelschnitte und zeige, dass sie einander rechtwinklig schneiden.

Schreibe dem Ellipsoid, das durch Rotation der Ellipse um die $x -$ Achse entsteht den volumsgrößen koaxialen Drehzylinder ein.

Fertige eine maßstabsgerechte Zeichnung an.

Die erste Aufgabe ist ein gutes Beispiel für Anwendungsorientiertheit. Nähere Erläuterungen des Begriffs anwendungsorientiert finden sich im Anhang A.

Die zweite Aufgabe kann der Schüler nur lösen, wenn er den sehr speziellen mathematischen Begriff konfokal kennt. Die Bedeutung der Kegelschnitte außerhalb der Mathematik (Astronomie) bleibt dem Schüler bei diesem Beispiel verborgen.

Das mathematische Verständnis wird in der ersten Aufgabe mehr gefordert, da der Schüler sich überlegen muss, welche Formel aus der Finanzmathematik in dieser konkreten Situation zur Anwendung gelangt.

9

Themenbereiche - Aufgabentypen - landesweit - anwendungsorientiert

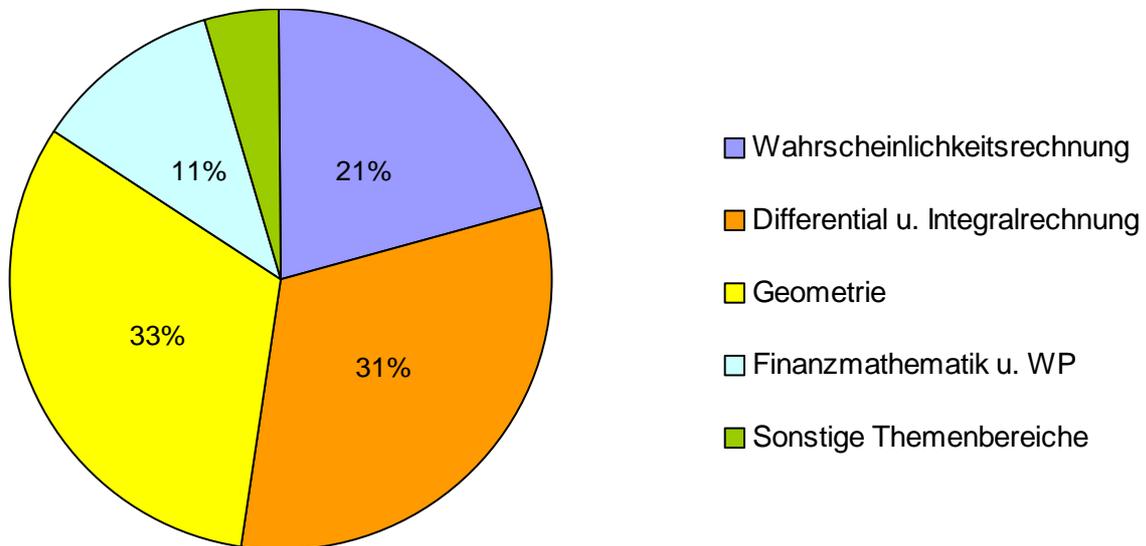
		Ges	Ges%	A	N	A%	N%
Wahrscheinlichkeitsrechnung	WR	35,0	20,8	32,5	2,5	92,9	7,1
Normalverteilung	NV	9,5	27,1	9,5	0,0	100,0	0,0
Binomialverteilung	B	16,5	47,1	15,5	1,0	93,9	6,1
Sonstige W. Rechnung	W	9,0	25,7	7,5	1,5	83,3	16,7
Differential u. Integralrechnung	D+I	52,5	31,3	27,0	25,5	51,4	48,6
Volumen (Integral)	VO	15,5	29,5	10,5	5,0	67,7	32,3
Extremwertaufgaben	EW	14,0	26,7	9,0	5,0	64,3	35,7
Kosten-Preis-Theorie	KPT	4,0	7,6	4,0	0,0	100,0	0,0
Kurvendiskussion	KD	10,0	19,0	2,5	7,5	25,0	75,0
Umkehraufgaben	U	7,5	14,3	0,0	7,5	0,0	100,0
Sonstige Aufgaben	D	1,5	2,9	1,0	0,5	66,7	33,3
Geometrie	G	54,0	32,1	25,5	28,5	47,2	52,8
Vektorrechnung	VR	26,5	49,1	3,0	23,5	11,3	88,7
Vermessungsaufgaben	V	24,0	44,4	22,0	2,0	91,7	8,3
Kegelschnitte	K	3,5	6,5	0,5	3,0	14,3	85,7
Finanzmathematik u. WP	F+WP	19,0	11,3	19,0	0,0	100,0	0,0
Finanzmathematik	F	11,0	57,9	11,0	0,0	100,0	0,0
Wachstumsprozesse	WP	8,0	42,1	8,0	0,0	100,0	0,0
Sonstige Themenbereiche	S	7,5	4,5	2,5	5,0	33,3	66,7
Gesamtanzahl		168,0	100,0	106,5	61,5	63,4	36,6

10

Ein Beispiel für einen der zahlreichen Datensätze, die der Studie zugrunde liegen.

Erklärung zur ersten Zeile: Es wurden 35 Aufgaben aus dem Bereich WR gestellt, davon waren 32,5 Aufgaben (entsprechen 92,9%) anwendungsorientiert und 2,5 Aufgaben (entsprechen 7,1%) nicht anwendungsorientiert. Von der Gesamtheit aller Aufgaben entfallen 20,8% auf die Wahrscheinlichkeitsrechnung. Manche Aufgaben werden zwei verschiedenen Themenbereichen zugeordnet (entspricht jeweils 0,5).

Relativer Anteil der einzelnen Themenbereiche - landesweit

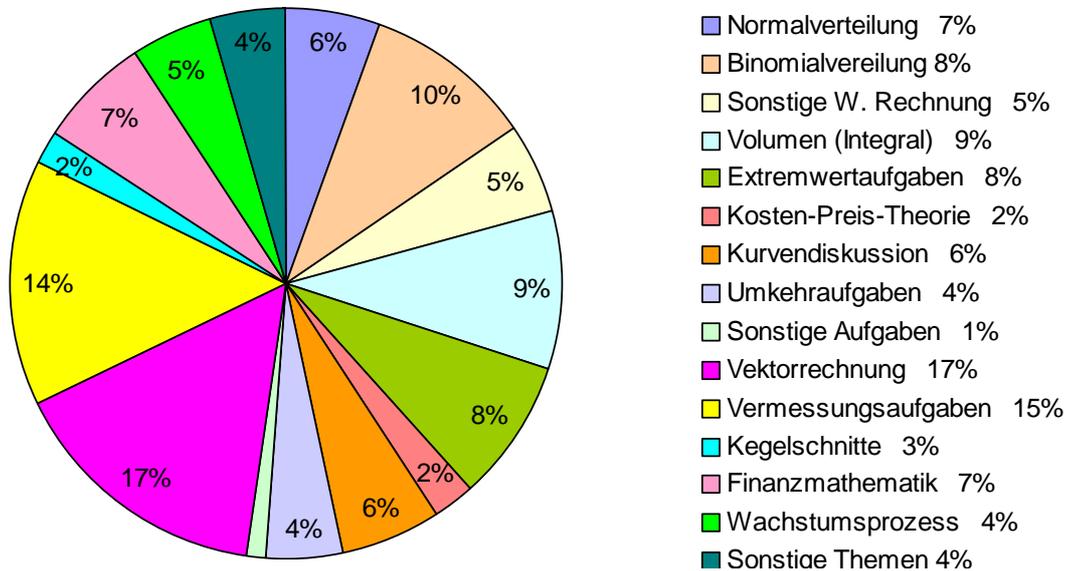


11

In dieser Grafik ist ein großer Überhang der analytischen Geometrie in der Gesamtverteilung der gestellten Aufgaben ersichtlich. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung hingegen ist in Bezug auf ihre große Bedeutung in vielen Wissenschaften unterrepräsentiert.

Ideal wäre eine Angleichung der zwei Themenbereiche Wahrscheinlichkeitsrechnung und Differential- u. Integralrechnung unter der Rücknahme des Themenbereiches Geometrie.

Relativer Anteil der einzelnen Aufgabentypen - landesweit

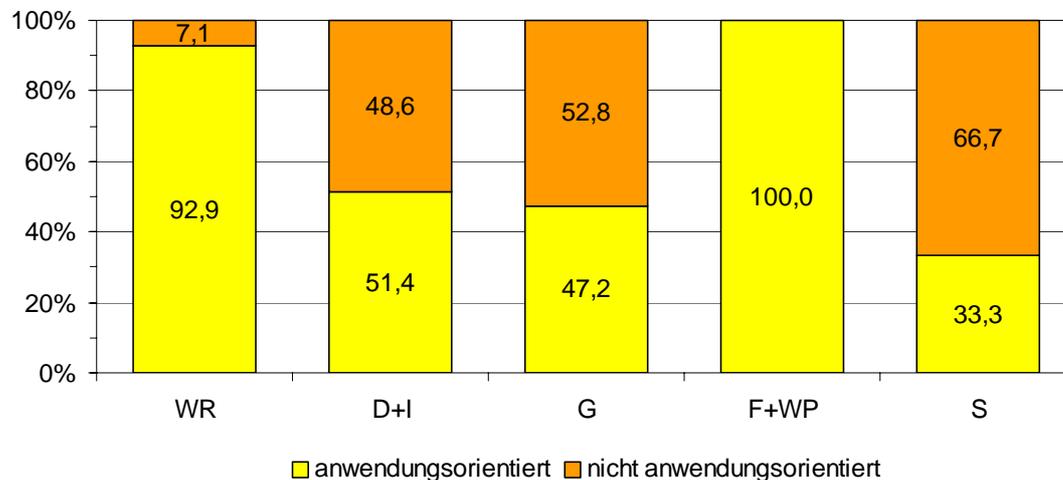


12

Hier zeigt sich nochmals sehr deutlich der Überhang der Geometrie (Vektorrechnung, Vermessungsaufgaben). Bei den Vermessungsaufgaben handelt es sich um ein eher kleines Kapitel, das zudem nur im Realgymnasium im Kernstoff vorgesehen ist.

Aus vielen Gesprächen ging hervor, dass die Finanzmathematik deshalb nicht unterrichtet wird, da auf wenig Vorwissen der Schüler zurückgegriffen werden kann und dies kein Themenbereich für die AHS sei, obwohl es im Lehrplan vorgesehen ist.

Relativer Anteil der Anwendungsorientierung einzelner Themenbereiche



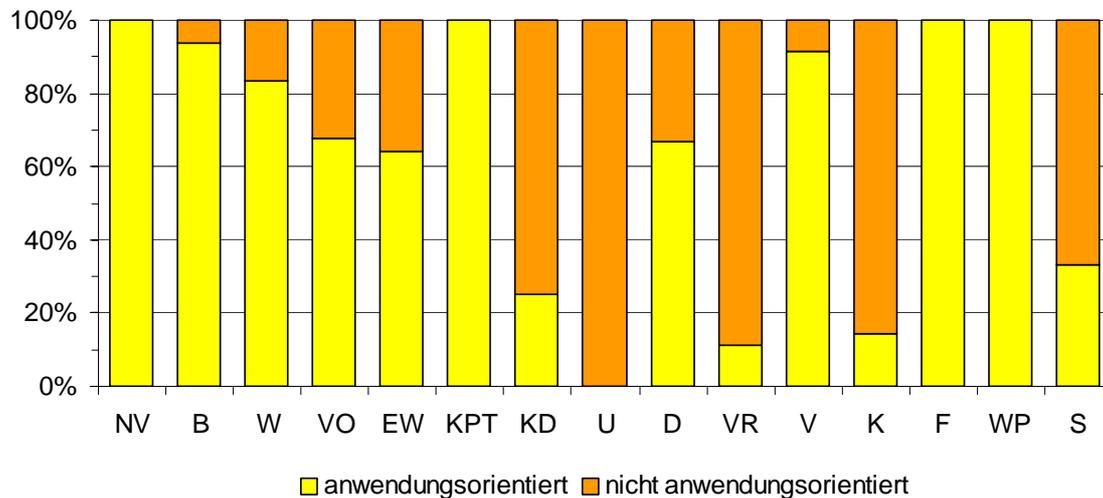
13

Der Grad der Anwendungsorientierung ist bei der Wahrscheinlichkeitsrechnung mit rund 93% sehr hoch, da diese Aufgaben an sich anwendungsorientiert sind. Es wäre interessant die Qualität der Anwendungsorientierung zu erforschen. Eine Meinungsumfrage (Konfidenzintervall) birgt eine höhere Qualität ins sich als ein simples Glücksrad.

Die Themenbereiche Differential- und Integralrechnung und Geometrie sind lediglich zu rund 50% anwendungsorientiert. Es erscheint uns notwendig die Ursachen zu erforschen und Maßnahmen zu setzen um den Grad der Anwendungsorientierung zu erhöhen.

Bei den Aufgaben aus dem Themenbereich Finanzmathematik ist uns aufgefallen, dass vom Schüler nur selten eine Interpretation der Ergebnisse verlangt wird, obwohl dies gerade bei diesen Beispielen naheliegend und wichtig wäre. (z.B.: Wachstumsprognosen für Aktienfonds, Bewertung und Vergleich von Kreditangeboten)

Relativer Anteil der Anendungsorientierung einzelner Aufgabentypen

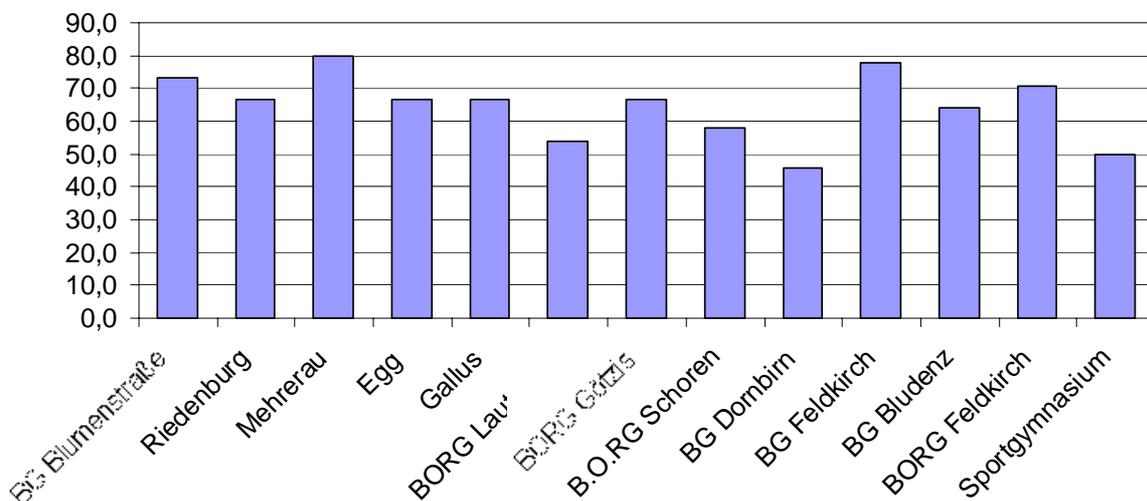


14

Im Themenbereich Differential- und Integralrechnung zeigt sich, dass die Teilbereiche Volumsberechnung (Integral), Extremwertaufgaben ziemlich anwendungsorientiert sind, allerdings die Kurvendiskussion und die Umkehraufgaben nur zu einem sehr geringen Grad bzw. gar nicht anwendungsorientiert sind. Die anwendungsorientierte Alternative zu den letztgenannten beiden Teilbereichen, die Kosten – Preis – Theorie (Anwendungsbereich: Ökonomie) wird kaum gestellt.

In der Studie fanden sich nur wenige anwendungsorientierte Aufgaben aus dem Bereich Vektorrechnung. Über die Ursachen dieses Ergebnisses stellen wir folgende Vermutung an: In den Schulbüchern ist die Vektorrechnung auf drei Dimensionen beschränkt. In den Anwendungsfeldern ist jedoch meistens Mehrdimensionalität notwendig (z.B.: Relativitätstheorie – vier Dimensionen, Mikroökonomik – Mehrdimensional, dreidimensionale Computergrafiken – vier Dimensionen).

Relativer Anteil des Grades der Anwendungsorientierung einzelner Schulen



Diese Graphik dient der Orientierung für den Direktor und die entsprechenden LehrerInnen jeder Schule und ist nicht als Bewertung gedacht.

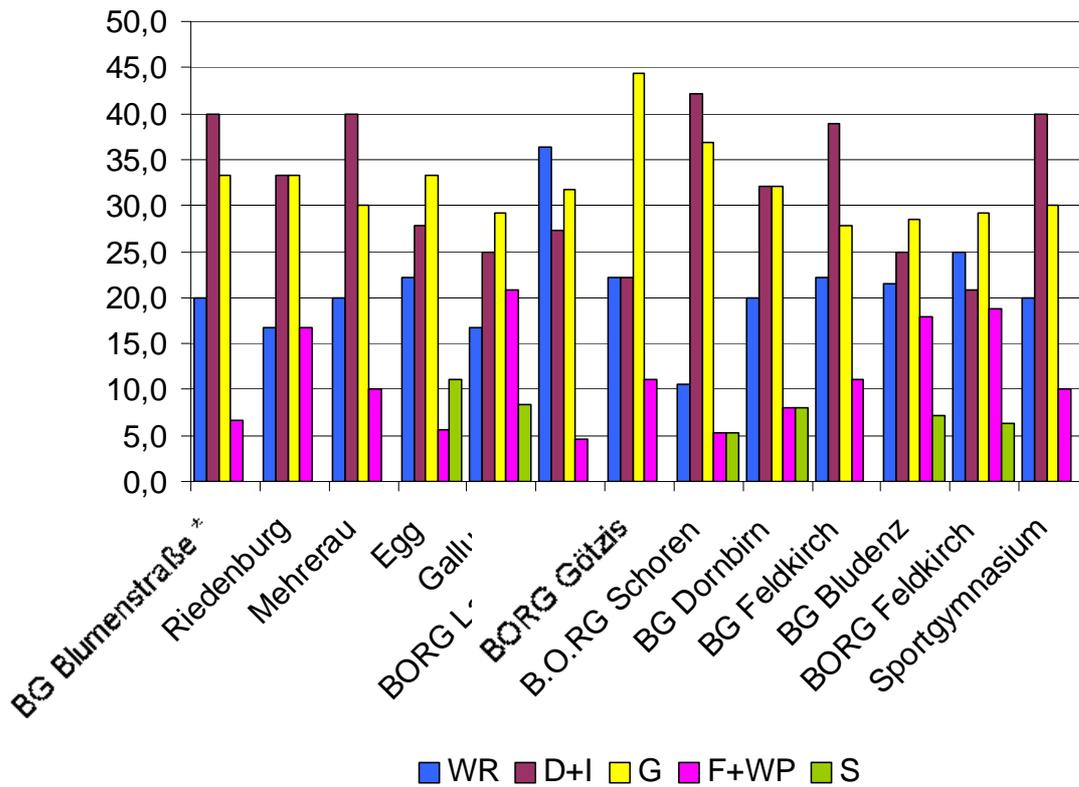
Relativer mittlerer Anteil der Anwendungsorientierung – differenziert nach einzelnen Schulformen bzw. TR

Gymnasium	56,3%	62,3%
BORG	50,2%	63,3%
Realgymnasium	48,1%	63,3%
Natwi	73,3%	60,0%
Alle	52,9%	62,7%
TI 92	50,0%	77,5%
TI 83	81,7%	72,7%
Sonstige Rechner	51,3%	58,5%

Die Werte der einzelnen Schulformen haben sich im Vergleich zu 2002 bei rund 63% angeglichen. Dieses Ergebnis kann als Folge der Thematisierung der Anwendungsorientierung im Zuge der Maturastudie gesehen werden.

Es zeigt sich ein positiver Zusammenhang zwischen der Art des Taschenrechners und der Anwendungsorientierung.

Relativer Anteil der Themenbereiche einzelner Schulen



Auffällig sind die Spitzenwerte über 30%. Dies ist ein Hinweis auf ein eher eingeschränktes Potential an verschiedenartigen Maturaaufgaben.

Mittlerer Schwierigkeitsgrad – differenziert nach Aufgabentypen

Normalverteilung	1,8	1,9	Finanzmathematik	2,0	1,8
Binomialverteilung	--	1,9	Wachstumsprozesse	1,9	2,0
Sonstige W.- Rechnung	1,7	1,6	Sonstige Themen	2,0	2,0
Volumen (Integral)	2,8	1,9			
Extremwertaufgaben	2,2	1,7			
Kosten – Preis – Theorie	2,2	2,3			
Kurvendiskussion	2,4	2,0			
Umkehraufgaben	2,1	1,8			
Sonstige Aufgaben	2,2	2,5			
Vektorrechnung	2,0	1,9			
Vermessungsaufgaben	2,1	2,1			
Kegelschnitte	2,2	1,6			

Der Schwierigkeitsgrad der Aufgabentypen der Wahrscheinlichkeitsrechnung ist gleich geblieben. Hingegen sind die Volumsberechnungen, Umkehraufgaben, Kurvendiskussionen und Extremwertaufgaben signifikant einfacher geworden und haben sich nun der Wahrscheinlichkeitsrechnung angeglichen.

Der Schwierigkeitsgrad der Vektorrechnung und der Vermessungsaufgaben ist gleich geblieben und fügt sich in ein harmonisches Gesamtbild ein. Die Kegelschnitte haben sich deutlich vereinfacht.

Die nächste Tabelle zeigt, dass der Rückgang des Schwierigkeitsgrades bei der Differential- und Integralrechnung, zu einem einheitlichen Profil geführt hat. Diese Entwicklung ist durchaus positiv zu bewerten, da sich zeigt, dass in allen Themenbereichen ein gewisser Schwierigkeitsgrad weder über- noch unterschritten wird.

Mittlerer Schwierigkeitsgrad – differenziert nach Themenbereichen

Wahrscheinlichkeitsrechnung	1,7	1,8
Differential– und Integralrechnung	2,3	1,9
Geometrie	2,0	2,0
Finanzmathematik und Wachstumsprozesse	1,9	1,9
Sonstige Themenbereiche	2,0	2,0

Mittlerer Schwierigkeitsgrad differenziert nach Schulformen und TR

Gymnasium	2,1	1,8
BORG	2,0	1,9
Realgymnasium	2,2	2,3
Natwi	2,1	1,9
Alle	2,1	1,9
TI 92	2,2	1,9
TI 83	2,5	2,3
Sonstige Rechner	2,0	1,8

20

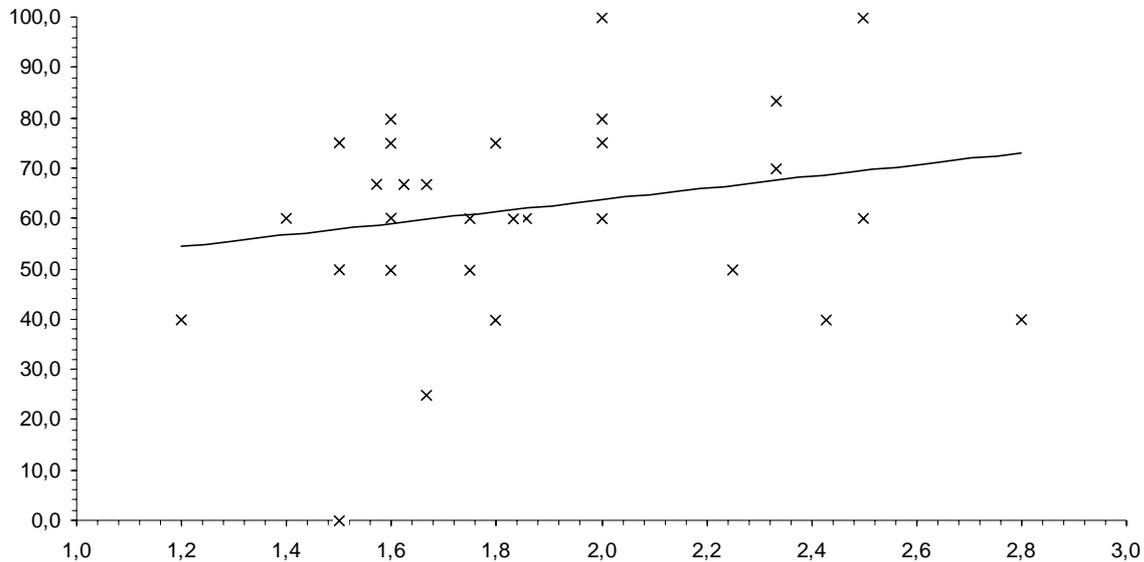
Die Differenzierung nach einzelnen Schulformen erfolgt in Hinblick auf deren typenbildenden Schwerpunktsetzung.

In allen Schulformen, außer dem Realgymnasium ist der Schwierigkeitsgrad unter den Erwartungswert 2,0 gesunken. Solange es sich hierbei um keinen Trend handelt, ist es nicht bedenklich. Das Realgymnasium hat den Abstand zu den anderen Schulformen vergrößert und dadurch seinen mathematischen Schwerpunkt unterstrichen.

In beiden Studien zeigt sich, dass das weit verbreitete Vorurteil „Der Rechner rechnet alles und die Schüler müssen nichts mehr können.“ in keiner Weise bestätigt wurde. Die mittleren Schwierigkeitsgrade des TI 83 und TI 92 lagen in beiden Jahren über jenem der sonstigen Rechner. Offensichtlich findet eine qualitative Veränderung durch den Einsatz leistungsfähiger Rechner statt. Die Art der Veränderung sollte Inhalt einer eigenständigen Studie sein, denn besonders der beginnende permanente Einsatz von Laptops im Mathematikunterricht wird diesen nachhaltig verändern.

Regressionsanalyse bezüglich mittlerem Schwierigkeitsgrad und relativer Anwendungsorientierung

Korrelationskoeffizient $r(m, A\%) = 0,43$ 0,21



Die Regressionsgerade $y = 11,629x + 40,584$ ergibt beispielsweise für einen Schwierigkeitsgrad von 2,0 eine Anwendungsorientierung von 63,842.

In der Maturastudie 2002 ist ein deutlicher Zusammenhang zwischen Schwierigkeitsgrad und Anwendungsorientierung ersichtlich. In der Maturastudie 2003 ist dieser Zusammenhang im Vergleich zum Vorjahr deutlich schwächer. Diese Entwicklung zeigt, dass anwendungsorientierte Aufgaben nicht schwieriger sein müssen als klassische Aufgaben, bei denen oft nur auswendig gelernte Rechentechniken angewendet werden müssen.

Änderung der relativen Anteile der einzelnen Themenbereiche - landesweit

Normalverteilung	11,0	5,7	- 48,6
Binomialverteilung	--	9,8	--
Sonstige W. - Rechnung	8,3	5,4	- 35,7
Volumen (Integral)	4,5	9,2	106,7
Extremwertaufgaben	9,8	8,3	- 15,2
Kosten – Preis – Theorie	3,0	2,4	- 20,0
Kurvendiskussion	8,9	6,0	- 33,3
Umkehraufgaben	3,9	4,5	15,4
Sonstige Aufgaben	5,4	0,9	- 83,3
Vektorrechnung	19,3	15,8	- 18,5
Vermessungsaufgaben	13,4	14,3	6,7
Kegelschnitte	3,3	2,1	- 36,4

22

Im Jahr 2002 gab es nur vereinzelt Aufgaben zur Binomialverteilung. Diese wurden der Kategorie Sonstige Wahrscheinlichkeitsrechnung zugeordnet. Da im Jahr 2003 die Anzahl der Aufgaben zur Binomialverteilung gestiegen ist wurde eine entsprechende Kategorie eingeführt. Interessanterweise ist dieser Aufgabentyp nun Spitzenreiter innerhalb der Wahrscheinlichkeitsrechnung. In der Präsentation der Maturastudie 2002 wurde von uns darauf hingewiesen, dass kaum Binomialverteilungen vorkommen. Bei den Aufgabentypen Normalverteilung und Sonstige Wahrscheinlichkeitsrechnung ist ein entsprechender Rückgang zu verzeichnen. Im Vorjahr war die Normalverteilung überproportional vertreten.

Innerhalb des Themenbereichs Differential- und Integralrechnung ist ein frappanter Anstieg der Volumsberechnungen zu verzeichnen. Auch die Kurvendiskussionen sind deutlich zugunsten der Volumsberechnungen zurück gegangen. Die Kurvendiskussionen sollten aber beispielsweise in wirtschaftlicher (Kosten – Preis – Theorie) oder physikalischer (Schwingungen) Form vorhanden sein. Der beachtliche Rückgang des Aufgabentyps Sonstige Aufgaben geht mit dem Rückgang der Differentialgleichungen einher. Differentialgleichungen sind natürlich anwendungsorientiert, werden aber in der AHS nur sehr eingeschränkt unterrichtet. Die Kosten – Preis – Theorie ist leider rückläufig und nur marginal vertreten.

Trotz des Rückgangs der Vektorrechnungen ist dieser Aufgabentyp im Gesamten immer noch deutlich überrepräsentiert.

Die Finanzmathematik (Siehe nächste Seite) hat zwar einen Zuwachs erfahren, ist jedoch immer noch nicht ihrer Bedeutung nach im Gesamtbild vertreten.

Finanzmathematik	4,5	6,5	46,7
Wachstumsprozesse	4,2	4,8	14,3
Sonstige Themen	0,6	4,5	650,0

Wahrscheinlichkeitsrechnung	19,3	20,8	7,7
Differential- und Integralrechnung	35,4	31,3	- 11,8
Geometrie	36,0	32,1	- 10,7
Finanzmathematik und Wachstumsprozesse	8,6	11,3	31,0
Sonstige Themenbereiche	0,6	4,5	650,0

Diese Tabelle verdeutlicht nochmals den leichten Rückgang der Themenbereiche Differential- und Integralrechnung und der Geometrie, die aber weiterhin überproportional vertreten sind. Es wäre selbstverständlich sehr wünschenswert, wenn dieser Trend die nächsten Jahre anhalten würde.

Änderung der relativen Anteile der Anwendungsorientierung der einzelnen Themenbereiche - landesweit

Normalverteilung	100,0	100,0	0,0
Binomialverteilung	--	93,9	--
Sonstige W. - Rechnung	89,3	83,3	- 6,7
Volumen (Integral)	53,3	67,7	27,0
Extremwertaufgaben	54,5	64,3	17,9
Kosten – Preis – Theorie	100,0	100,0	0,0
Kurvendiskussion	0,0	25,0	--
Umkehraufgaben	7,7	0,0	- 100,0
Sonstige Aufgaben	44,4	66,7	50,0
Vektorrechnung	3,1	11,3	267,9
Vermessungsaufgaben	91,1	91,7	0,6
Kegelschnitte	0,0	14,3	--

24

Falls der Vorjahreswert null ist, würde dies einer unendlich großen relativen Änderungsrate entsprechen. Deshalb haben wir keine Angaben gemacht (--).

Der hohe Grad der Anwendungsorientierung der Aufgabentypen aus dem Themenbereich der Wahrscheinlichkeitsrechnung hat sich nur geringfügig verändert.

Der Grad der Anwendungsorientierung der Aufgabentypen Volumen und Extremwertaufgaben ist gestiegen und hat sich dem Landesdurchschnitt angeglichen. Gab es im Jahr 2002 keine einzige anwendungsorientierte Kurvendiskussion, so sind es in diesem Jahr immerhin schon ein Viertel der Aufgaben. Leider ist der sehr bescheidene Anteil anwendungsorientierter Aufgaben aus dem Bereich der Umkehraufgaben dieses Jahr auf Null zurück gegangen. Es ist offensichtlich äußerst schwierig Aufgaben dieses Typs anwendungsorientiert zu gestalten. Eine Alternative bietet hier die Kosten – Preis – Theorie, innerhalb derer auch Umkehraufgaben behandelt werden können.

Auch wenn nur rund jede zehnte Aufgabe aus dem Teilgebiet Vektorrechnung anwendungsorientiert ist liegt diesem Anteil eine sehr beachtliche Steigerungsrate zugrunde. Es zeigt sich, dass mit entsprechenden Bemühungen auch in diesem Bereich anwendungsorientierte Aufgaben möglich sind.

Finanzmathematik	100,0	100,0	0,0
Wachstumsprozesse	100,0	100,0	0,0
Sonstige Themen	100,0	33,3	- 66,7

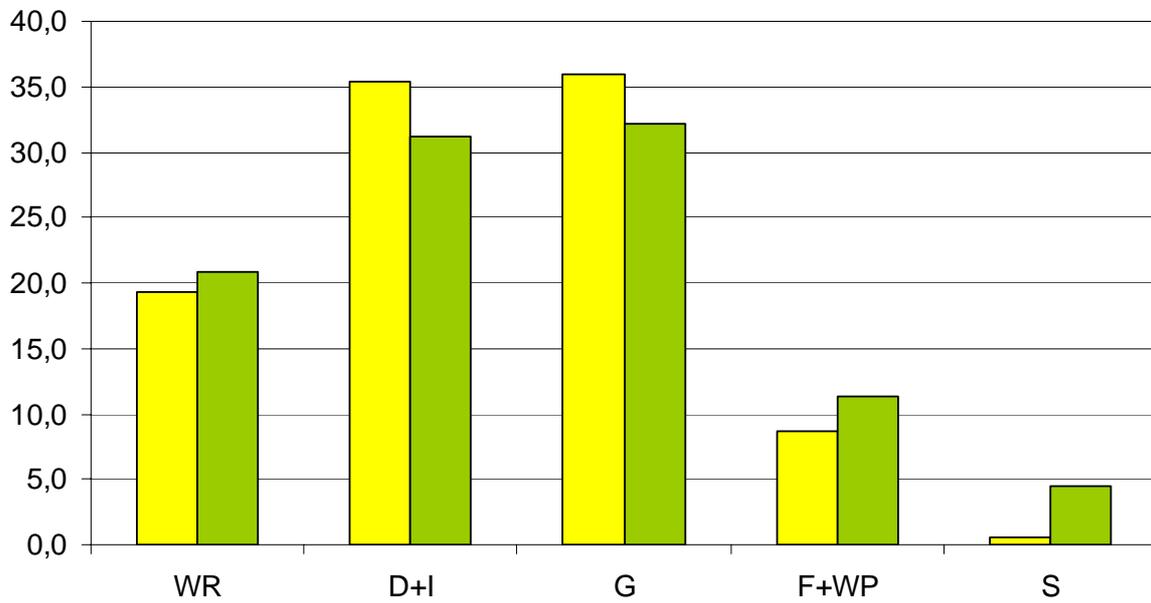
Wahrscheinlichkeitsrechnung	95,4	92,9	- 2,6
Differential- und Integralrechnung	37,8	51,4	36,0
Geometrie	35,5	47,2	32,9
Finanzmathematik und Wachstumsprozesse	100,0	100,0	0,0
ALLE AUFGABEN	53,9	63,4	17,7

Die Maturastudie 2002 führte nicht nur zu einer Thematisierung und Diskussion der Qualität der Mathematik – Matura im Allgemeinen und der Anwendungsorientierung im Besondern, sondern in Folge auch zu einer deutlichen Erhöhung der Anwendungsorientierung um **17,7%** auf 63,4%. D.h. rund zwei Drittel der Aufgaben sind anwendungsorientiert.

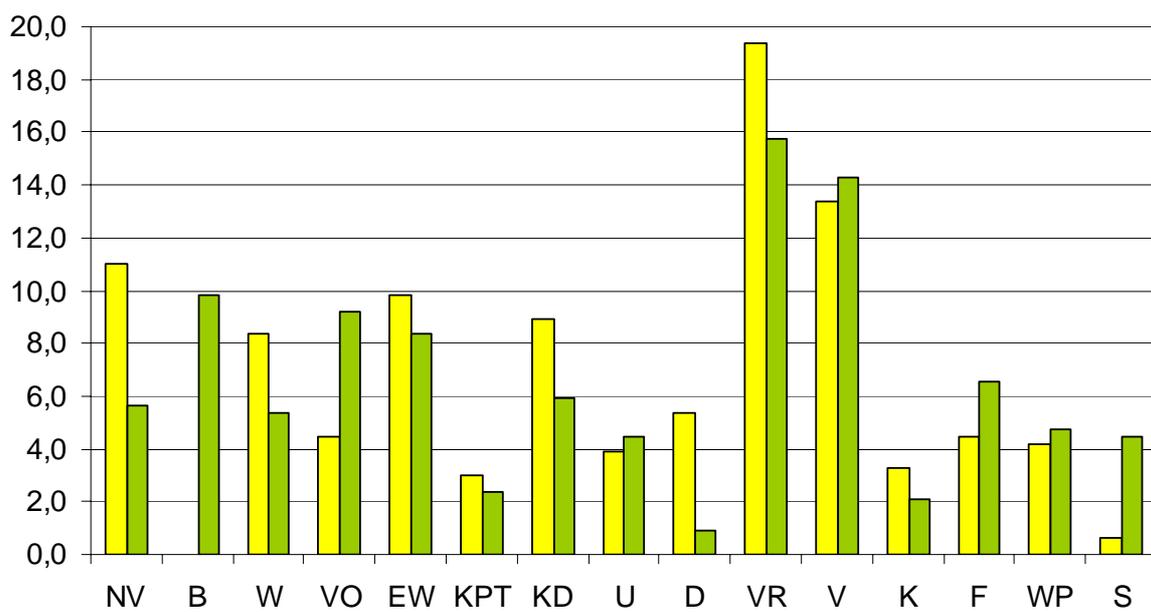
Die relativen Anteile der Anwendungsorientierung der Themenbereiche Wahrscheinlichkeitsrechnung und Finanzmathematik u. Wachstumsprozesse sind stabil geblieben und jene der Themenbereiche Differential- u. Integralrechnung und Geometrie haben erfreulicherweise zugenommen.

In den folgenden Grafiken werden die Datensätze aus den vorangegangenen Tabellen dargestellt. Für viele Betrachter dieser Studie ist dies sehr hilfreich, da die doch zahlreichen Zahlen grafisch dargestellt besser verarbeitet und verinnerlicht werden können.

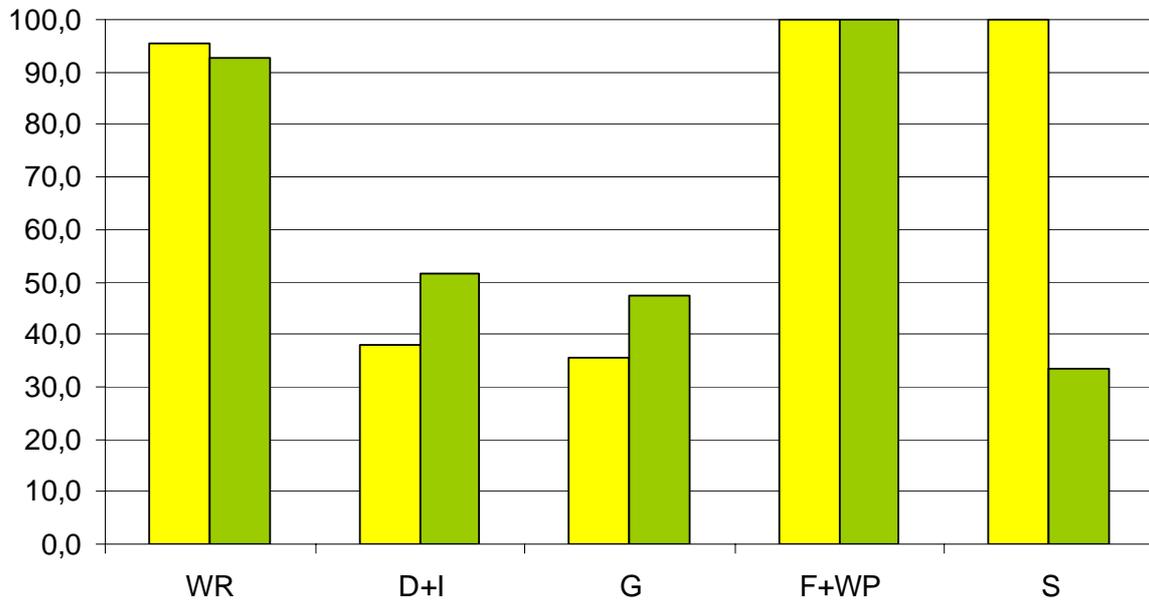
Änderung der relativen Anteile der einzelnen Themenbereiche - landesweit



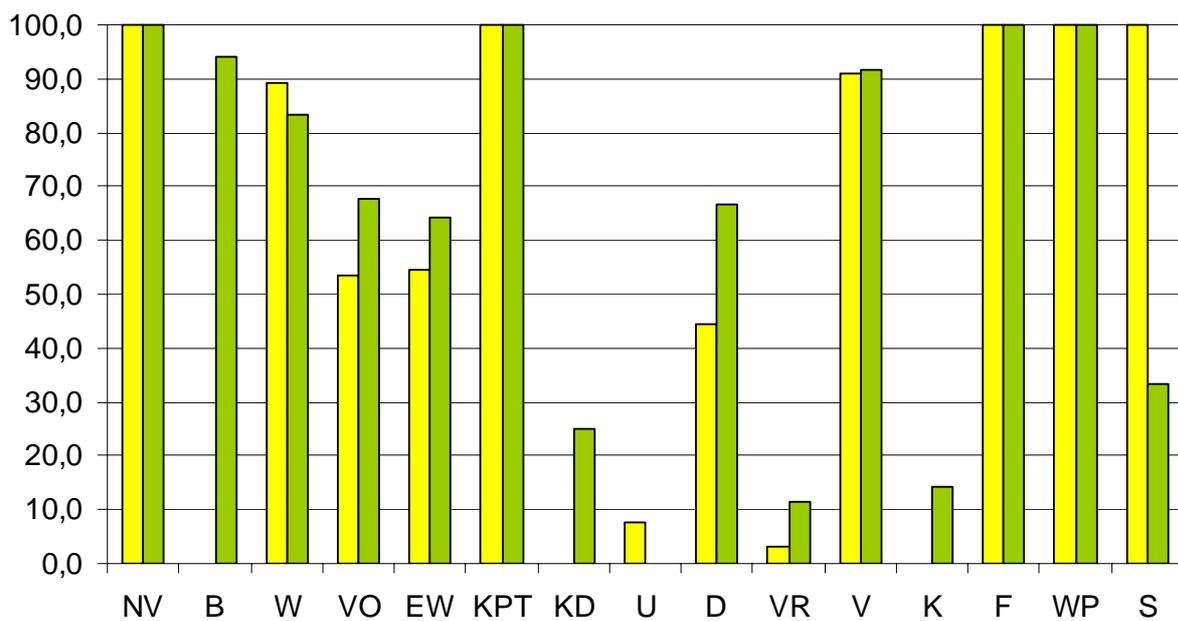
Änderung der relativen Anteile der einzelnen Aufgabentypen - landesweit



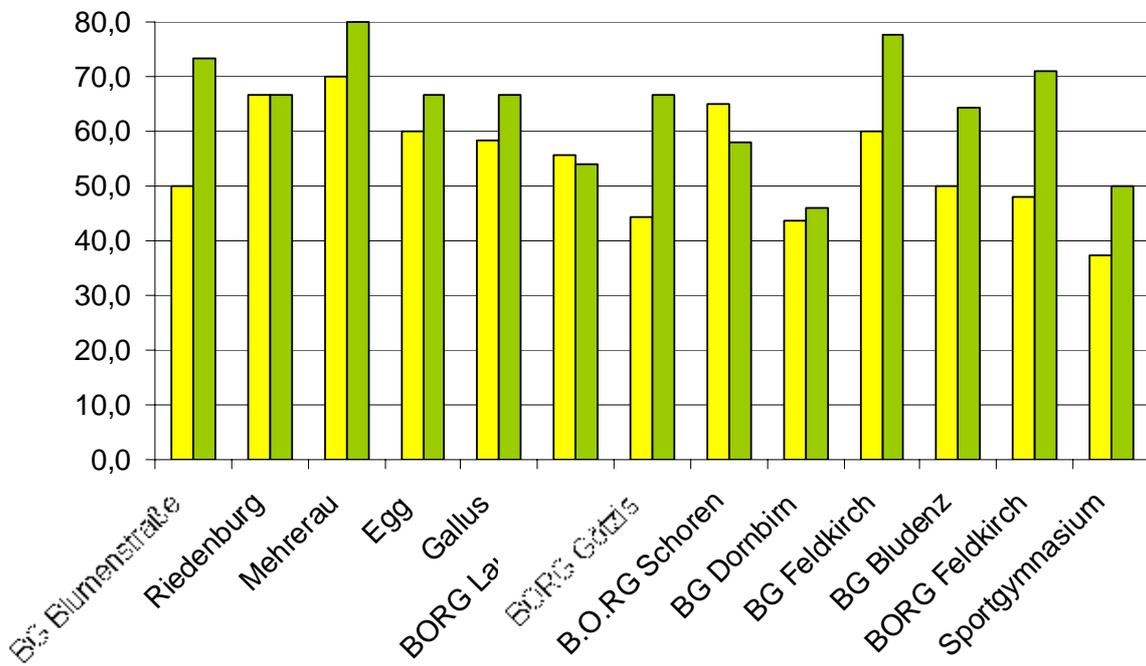
Änderung der relativen Anteile der Anwendungsorientierung einzelner Themenbereiche



Änderung der relativen Anteile der Anwendungsorientierung einzelner Aufgabentypen

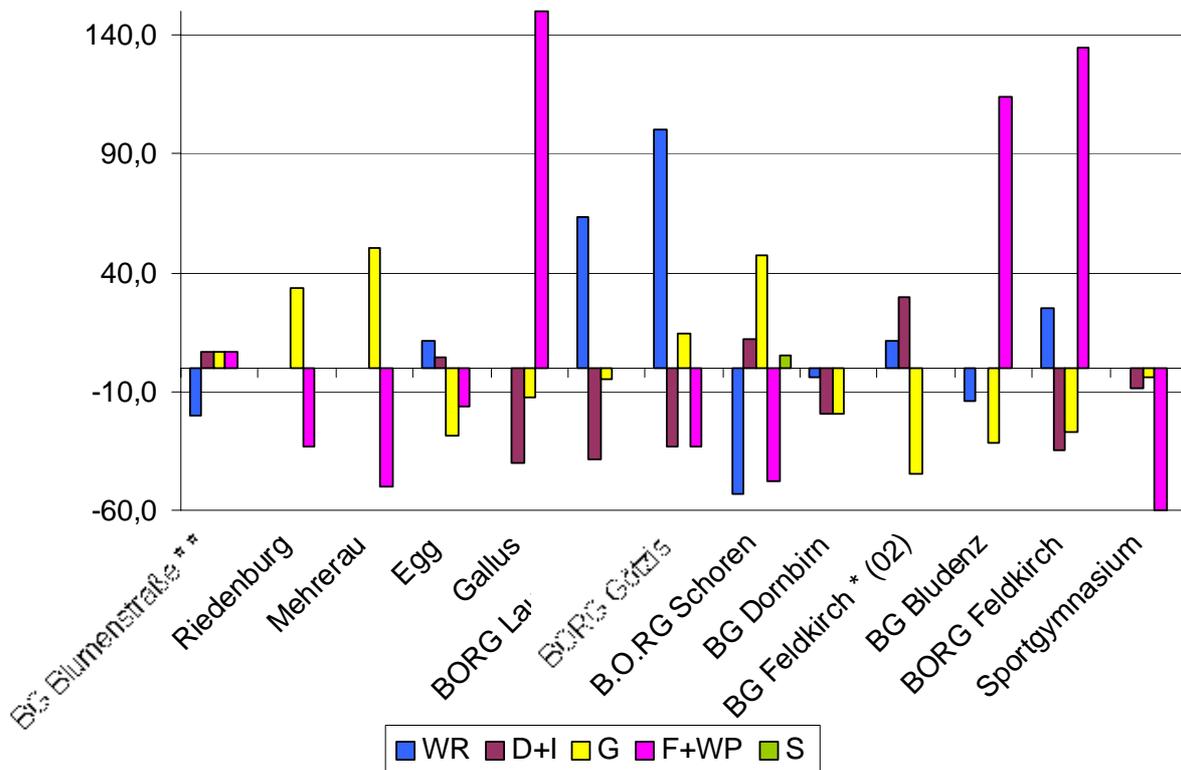


Relativer Anteil des Grades der Anwendungsorientierung einzelner Schulen



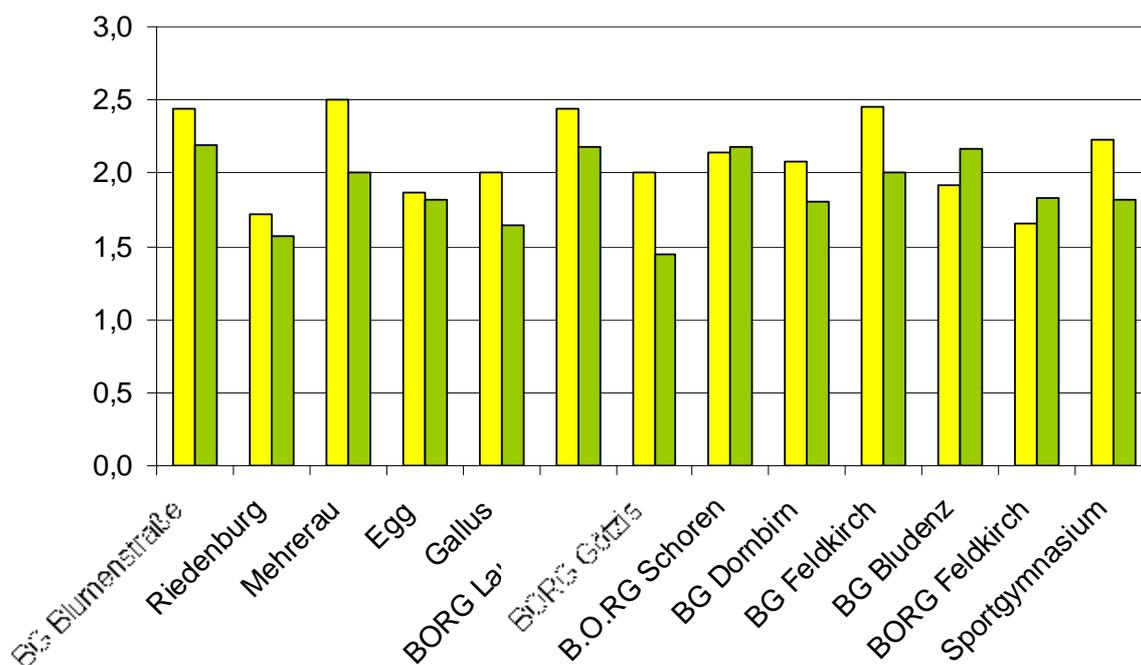
In den meisten Schulen hat sich der Anteil der Anwendungsorientierung deutlich erhöht oder auf einem relativ hohen Niveau stabilisiert.

Änderung der relativen Anteile der Themenbereiche einzelner Schulen



Besonders auffallend sind die extremen Schwankungen des relativen Anteils des Themenbereichs Finanzmathematik und Wachstumsprozesse an den einzelnen Schulen. Vermutlich hängt es sehr von den jeweiligen Lehrpersonen eines Maturajahrgangs ab, inwieweit Aufgaben aus diesem Themenbereich zur Matura gestellt werden. Auch die Wahrscheinlichkeitsrechnung zeigt teilweise stärkere Schwankungen. Die übrigen Themenbereiche schwanken in einer einheitlichen Schwankungsbreite von rund $\pm 40\%$.

Änderung des Schwierigkeitsgrades - einzelne Schulen



Diese Grafik veranschaulicht, dass sich der Schwierigkeitsgrad jener Schulen die im Vorjahr einen eher hohen Wert hatten deutlich verringert hat.

Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse der Maturastudie 2002/2003

Es zeigt sich in beiden Studien eine eindeutige Tendenz in Richtung fünf gestellter Aufgaben. Die Möglichkeit sechs Aufgaben zu stellen wird kaum in Anspruch genommen.

Es ist ein großer Überhang der analytischen Geometrie in der Gesamtverteilung der gestellten Aufgaben ersichtlich. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung hingegen ist in Bezug auf ihre große Bedeutung in vielen Wissenschaften unterrepräsentiert.

Ideal wäre eine Angleichung der zwei Themenbereiche Wahrscheinlichkeitsrechnung und Differential- u. Integralrechnung unter der Rücknahme des Themenbereiches Geometrie.

Der Grad der Anwendungsorientierung ist bei der Wahrscheinlichkeitsrechnung mit rund 93% sehr hoch, da diese Aufgaben an sich anwendungsorientiert sind. Es wäre interessant die Qualität der Anwendungsorientierung zu erforschen. Eine Meinungsumfrage (Konfidenzintervall) birgt eine höhere Qualität in sich als ein simples Glücksrad.

Die Themenbereiche Differential- u. Integralrechnung und Geometrie sind lediglich zu rund 50% anwendungsorientiert.

Im Themenbereich Differential- u. Integralrechnung zeigt sich, dass die Teilbereiche Volumsberechnung (Integral) und Extremwertaufgaben ziemlich anwendungsorientiert sind, allerdings die Kurvendiskussion und die Umkehraufgaben nur zu einem sehr geringen Grad bzw. gar nicht anwendungsorientiert sind. Die anwendungsorientierte Alternative zu den letztgenannten beiden Teilbereichen, die Kosten – Preis – Theorie (Anwendungsbereich: Ökonomie) wird kaum gestellt.

In der Studie fanden sich nur wenige anwendungsorientierte Aufgaben aus dem Bereich Vektorrechnung.

Die relativen mittleren Anteile der Anwendungsorientierung der einzelnen Schulformen haben sich im Vergleich zu 2002 bei rund 63% angeglichen.

Der Grad der Anwendungsorientierung ist bei den Taschenrechnern TI 83 sowie TI 92 höher als jener der sonstigen Taschenrechner.

Der Schwierigkeitsgrad der Aufgabentypen der Wahrscheinlichkeitsrechnung ist gleich geblieben. Hingegen sind die Volumsberechnungen, Umkehraufgaben, Kurvendiskussionen und Extremwertaufgaben signifikant einfacher geworden und haben sich nun der Wahrscheinlichkeitsrechnung angeglichen.

In allen Schulformen, außer dem Realgymnasium, ist der Schwierigkeitsgrad unter den Erwartungswert 2,0 gesunken. Solange es sich hierbei um keinen Trend handelt, ist es nicht bedenklich. Das Realgymnasium hat den Abstand zu den anderen Schulformen vergrößert und dadurch seinen mathematischen Schwerpunkt unterstrichen.

In beiden Studien zeigt sich, dass das weit verbreitete Vorurteil „Der Rechner rechnet alles und die Schüler müssen nichts mehr können.“ in keiner Weise bestätigt wurde. Die mittleren Schwierigkeitsgrade des TI 83 und TI 92 lagen in beiden Jahren über jenem der sonstigen Rechner.

In der Maturastudie 2002 ist ein deutlicher Zusammenhang zwischen Schwierigkeitsgrad und Anwendungsorientierung ersichtlich. In der Maturastudie 2003 ist dieser Zusammenhang im Vergleich zum Vorjahr deutlich schwächer. Diese Entwicklung zeigt, dass anwendungsorientierte Aufgaben nicht schwieriger sein müssen als klassische Aufgaben, bei denen oft nur auswendig gelernte Rechentechniken angewendet werden müssen.

Interessanterweise ist der Aufgabentyp Binomialverteilung, der im Vorjahr kaum vorhanden war, nun Spitzenreiter innerhalb der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Innerhalb des Themenbereichs Differential- u. Integralrechnung ist ein enormer Anstieg der Volumsberechnungen zu verzeichnen. Auch die Kurvendiskussionen sind deutlich zugunsten der Volumsberechnungen zurück gegangen.

Gab es im Jahr 2002 keine einzige anwendungsorientierte Kurvendiskussion, so sind es in diesem Jahr immerhin schon ein Viertel der Aufgaben.

Auch wenn nur rund jede zehnte Aufgabe aus dem Teilgebiet Vektorrechnung anwendungsorientiert ist, liegt diesem Anteil eine sehr beachtliche Steigerungsrate zugrunde.

Die Maturastudie 2002 führte nicht nur zu einer Thematisierung und Diskussion der Qualität der Mathematik – Matura im Allgemeinen und der Anwendungsorientierung im Besondern, sondern in Folge auch zu einer deutlichen Erhöhung der Anwendungsorientierung um 17,7% auf 63,4%. D.h. rund zwei Drittel der Aufgaben sind anwendungsorientiert.

In den meisten Schulen hat sich der Anteil der Anwendungsorientierung deutlich erhöht oder auf einem relativ hohen Niveau stabilisiert.

Besonders auffallend sind die extremen Schwankungen des relativen Anteils des Themenbereichs Finanzmathematik und Wachstumsprozesse an den einzelnen Schulen.

Zum Abschluss noch etwas zum Nachdenken

Über die Ursachen des immer noch sehr geringen Grades der Anwendungsorientierung der Vektorrechnung stellen wir folgende Vermutung an:

In den Schulbüchern ist die Vektorrechnung auf drei Dimensionen beschränkt. In den Anwendungsfeldern ist jedoch meistens Mehrdimensionalität notwendig (z.B.: Relativitätstheorie – vier Dimensionen, Mikroökonomik – Mehrdimensional, dreidimensionale Computergrafiken – vier Dimensionen).

Anhang A: Anwendungsorientierte Mathematik

Exemplarische Diskussion eines Beispiels:

Ein Beispiel wird hinsichtlich seiner Anwendungsorientierung diskutiert. In Folge soll der Begriff „anwendungsorientiert“ näher definiert werden.

- Ist ein Wirklichkeitsbezug gegeben?
- Kann der Schüler einen Bezug zu seiner Lebenswelt herstellen?
- Ist der Schüler in der Lage die Beispiele selbständig zu erfassen?

Anhand eines konkreten Beispiels aus dem Bereich der Wahrscheinlichkeitsrechnung (7./8. Klasse) werden nun diese Punkte erklärt:

Bei der letzten Wahl errang eine Partei A 47%. Nach einer Meinungsumfrage unter 500 Personen würden 256 diese Partei wählen. Soll die Partei aufgrund dieser Umfrage ihre Wahlstrategie beibehalten?

- a) Formuliere einen statistischen Test und bestimme den p – Wert.
- b) Bestimme ein 95% - Konfidenzintervall für den Stimmenanteil der Partei aufgrund der Umfrageergebnisse.

Problemstellung:

Laut Umfrage hat die Partei 51,2% der Stimmen. Kann die Partei von einem Stimmenzuwachs ausgehen oder ist das Umfrageergebnis nicht signifikant.

Problemlösung:

In a) und b) verwendet der Schüler drei statistische Verfahren, um die Signifikanz zu klären.

Der statistische Test ergibt, dass bei 254 oder mehr Personen, die angeben die Partei zu wählen, ein signifikanter Stimmenzuwachs angenommen werden kann. Die Wahrscheinlichkeit, dass es keinen Zuwachs gegeben hat, ist kleiner als 5% (=Irrtumswahrscheinlichkeit).

Bei der p-Wert Methode wird angenommen, dass der Stimmenanteil immer noch bei 47% liegt. Unter dieser Voraussetzung wird nun die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass sich in der Stichprobe mindestens 256 Personen befinden, die angeben die Partei zu wählen. Da diese Wahrscheinlichkeit bei lediglich 2,7% (also $\leq 5\%$) liegt, wird geschlossen, dass sich der Stimmenanteil erhöht hat.

Das Konfidenzintervall ist jener Bereich, in dem der wahre (unbekannte) Stimmenanteil mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% liegt. Dieser liegt im Bereich von 46,7% – 55,7%. Damit kann nicht ausgeschlossen werden, dass der Stimmenanteil nach wie vor bei 47% liegt.

a) und b) liefern demnach sich widersprechende Ergebnisse, je nachdem welche Methode angewendet wird.

Lernziele:

Der Schüler

- muss die Problemstellung erkannt haben, um
 - den statistischen Test selbständig formulieren und
 - die p-Wert Methode anwenden sowie
 - das Konfidenzintervall berechnen zu können.
- sollte die Ergebnisse ausformulieren und interpretieren können.
- ist angehalten die sich widersprechenden Ergebnisse zu akzeptieren und statistische Methoden kritisch zu betrachten.
- sollte grundsätzlich erkennen, dass der Wert der Statistik darin liegt, Methoden zur Entscheidungsfindung in Situationen der Unsicherheit bereitzustellen.
- sollte die Grenzen mathematischer Modelle erkennen

Darüber hinaus lassen sich anhand dieses Beispiels folgende fächerübergreifenden Fragestellungen erörtern:

- inwieweit beeinflussen Meinungsumfragen das Wählerverhalten (→Psychologie)
- sollten Parteien ihre Wahlstrategien von Meinungsumfragen abhängig machen (→Geographie, Geschichte, politische Bildung)

Besprechung des Beispiels:

Die Erfüllung der Anforderungen „Wirklichkeitsbezug“ und „Selbständigkeit der Problemerkennung“ ist offensichtlich. Der Punkt „Bezug zur Lebenswelt“ sollte kurz vor der Volljährigkeit und damit der Wahlberechtigung der Schüler gegeben sein. Inwieweit der Schüler tatsächlich einen Bezug zu seiner Lebenswelt sieht, zeigt sich in der Diskussion mit den Schülern.

Anhang B: Der Schwierigkeitsgrad

Für jeden Aufgabentyp wurden für die Studie 2002 **nach Sichtung** der Aufgaben Kriterien ausgearbeitet mit deren Hilfe sich die Aufgaben hinsichtlich des Schwierigkeitsgrades unterscheiden lassen.

Somit ergeben sich für jeden Aufgabentyp drei Kategorien (einfach, mittelschwer und anspruchsvoll). Somit kann jeder Aufgabe ein Schwierigkeitsgrad zugeordnet werden.

Zu Auswertung des Schwierigkeitsgrades der Aufgaben der Matura 2003 wurden dieselben Kriterien angewandt.

Exemplarisch werden im Folgenden die Kriterien für drei Aufgabentypen vorgestellt:

Normalverteilung:

Einfach (= 1): Es müssen nur Wahrscheinlichkeiten berechnet werden.

Mittelschwer (= 2): Zu gegebenen Wahrscheinlichkeiten müssen die entsprechenden Grenzen berechnet werden.

Anspruchsvoll (= 3): Der Erwartungswert oder die Standardabweichung müssen berechnet werden.

Vektorrechnung:

Einfach (= 1): Grundaufgaben (Winkelberechnung, Schnitt von Ebenen oder Geraden, Spiegelung eines Punktes an einer Ebene oder Geraden, u.a.), die nicht in einen komplexeren Zusammenhang gestellt werden.

Mittelschwer (= 2): Tetraeder oder Pyramiden bei denen nicht sämtliche Eckpunkte gegeben sind.

Anspruchsvoll (= 3): Tetraeder oder Pyramiden bei denen zur Berechnung der fehlenden Eckpunkte komplexere Überlegungen als beim Schwierigkeitsgrad zwei nötig sind.

Volümsberechnung:

Einfach (= 1): Ein Rotationsvolumen muss berechnet werden.

Mittelschwer (= 2): Die Integrationsgrenze muss berechnet werden.

Anspruchsvoll (= 3): Entweder ist ein schwieriges Integral zu lösen oder es handelt sich um eine komplexe Aufgabenstellung (z.B.: physikalische Anwendungen).