



MNI-Fonds für Unterrichts- und Schulentwicklung
Themenorientierung im Unterricht
Schwerpunkt 3

VON BABYLON NACH PISA
ZUR ROLLE DER SPRACHE IM MATHEMATISCH-
NATURWISSENSCHAFTLICHEN UNTERRICHT

Mag. Wolfgang Oertl, HGBLVA Wien 14

Mag. Notburga Grosser, Pädagogische Akademie, Wien

Mag. Sigrid Holub, BRG Viktring

Mag. Wilhelm Pichler, Abteigymnasium Seckau

Wien, im September 2005

INHALTSVERZEICHNIS

INHALTSVERZEICHNIS	2
ABSTRACT	4
1 MOTIVATION	5
2 MODELL: ALLES LEHREN IST ÜBERSETZEN	6
3 FORDERUNG: VERSTÄNDLICHKEIT	7
4 MATHEMATIK: STRUKTURIERUNG	8
4.1 Multiplikation von Termen	8
4.1.1 Text 1	8
4.1.2 Text 2	8
4.1.3 Analyse	9
4.2 Extremwertaufgaben	9
4.2.1 Ablauf.....	9
4.2.2 Text 1	10
4.2.3 Text 2	10
4.2.4 Analyse	11
5 CHEMIE: OPTIMIERUNG	12
5.1 Definition: Mol	12
5.1.1 Text 1	12
5.1.2 Text 2	12
5.1.3 Analyse	13
5.2 Erklärung: Reaktionsgeschwindigkeit.....	13
5.2.1 Text 3	13
5.2.2 Text 4	14
5.2.3 Analyse	14
6 BIOLOGIE: PRAXIS	15
7 CONCLUSIO	16
8 LITERATUR	17
9 GESCHLECHTSSPEZIFISCHE PERSONENBEZEICHNUNGEN	18

10	DANKSAGUNG	19
11	ANHANG	20
11.1	Intelligenzarten nach Howard Gardner.....	20
11.2	Fragebogen.....	22
11.3	Mathematik: Term-Multiplikation	23
11.3.1	Text 1	23
11.3.2	Text 2	23
11.3.3	Auswertung: 3.Klasse Hauptschule	24
11.3.4	Auswertung: Hauptschullehrerinnen-Ausbildung	25
11.4	Mathematik: Extremwertaufgaben	26
11.4.1	Text 1	26
11.4.2	Verständnisfragen	28
11.4.3	Text 2	29
11.4.4	Auswertung	31
11.5	Chemie: Mol-Definitionen.....	32
11.5.1	Text 1	32
11.5.2	Text 2	32
11.5.3	Auswertung	33
11.6	Chemie: Reaktionsgeschwindigkeit	35
11.6.1	Text 3	35
11.6.2	Text 4	35
11.6.3	Auswertung	36
11.7	Biologie: Gensteuerung.....	37
11.7.1	Text P.....	37
11.7.2	Text LA.....	39
11.7.3	Text LI	40
11.7.4	Text M	41
11.7.5	Text S.....	43
11.7.6	Auswertung	44

ABSTRACT

Lehren ist Übersetzen: Von Realität und Alltagssprache in wissenschaftliche Modelle und die ihnen eigene Fach- und Formelsprache. In diesem Prozess kommt der Sprache eine entscheidende Rolle zu, sie ist das Medium der Vermittlung auch mathematisch-naturwissenschaftlicher Inhalte. Ausgewählte Beispiele aus Mathematik, Chemie und Biologie sollen diese Abhängigkeiten verdeutlichen und ein Bewusstsein dafür wecken, dass adäquater Einsatz von Sprache die Ergebnisse des Unterrichts dramatisch verbessern kann.

Teaching is translating: From reality and everyday language into scientific models and their technical and formal languages. Language plays a key part in this process because it is also the medium in the transmission of mathematical and scientific content. Selected examples from Mathematics, Chemistry and Biology illustrate these interdependencies and create an awareness of the benefits a more conscious use of language can bring to your classroom.

Schulstufe: verschiedene

Fächer: M, PH, BIU, D

Kontaktperson: Mag. Wolfgang Oertl

Kontaktadresse: Höhere Graphische BLVA, Leysenstraße 6, 1140 Wien

1 MOTIVATION

K.H.: (PH, Mess- und Prüftechnik): Du unterrichtest doch in der 4X Deutsch, wie ist denn der T. bei dir?

W.OE.: Bei mir ist der toll, schreibt fast druckreife journalistische Aufsätze, wie-so?

K.H.: Sonderbar. Bei meinen Tests bringt er keinen geraden Satz heraus, oft weiß ich gar nicht, was er sagen will. Und die Fehler...

Diesem – hier natürlich nur inhaltsgemäß wiedergegebenen – Pausengespräch verdankt unser Projekt seine Entstehung. In vielen Gesprächen seither ist mir klar geworden, dass sprachliche Ausdrucksfähigkeit vom zu transportierenden Inhalt – und damit vom Unterrichtsfach – abhängig ist. Wer jemals über der genauen Formulierung einer Notenberufung gebrütet hat, kann am Unterschied zu einem locker von der Feder gegangenen Privatbrief das Ausmaß des Problems erahnen.

Diesem Phänomen entspricht der lerntheoretische Ansatz von Howard Gardner, der den traditionellen Intelligenzbegriff in verschiedene Teilbereiche aufspaltet, wobei er zum Beispiel im Rahmen des traditionellen IQ-Begriffes zwischen linguistischer und logisch-mathematischer Intelligenz unterscheidet. (cf. Anhang) Gerade im schulischen Bereich ist die Notwendigkeit dieser Differenzierung an Schülerinnen mit stark unterschiedlichem Potenzial in sprachlichen und mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächern schön zu beobachten.

Dies allein wäre aber noch kein Grund, gerade im Rahmen des MNI-Fonds ein Projekt einzureichen, wenn ich nicht der Überzeugung wäre, dass im Gegenzug Sprache auch einen wesentlichen Einfluss auf die Vermittlung mathematisch-naturwissenschaftlicher Inhalte hat: Bei verschiedenen Vorträgen und Diskussionen auf den letzten IMST-Tagungen reifte schließlich der Entschluss, diese Zusammenhänge genauer zu beobachten und im Rahmen des MNI-Fonds ein Projekt anzumelden.

Da unser Team aus Lehrerinnen für unterschiedliche Fächer in verschiedenen Bundesländern besteht, war bald nach Beginn der Arbeit auch die Strategie vorgegeben: aus den beteiligten Gegenständen (M, PH, CH, BIU) sollten Schlaglichter auf die Sprachproblematik geworfen werden. Wenn nicht anders vermerkt, wurden die Untersuchungen zu Mathematik von Notburga Grosser, zu Physik und Chemie von Wilhelm Pichler und zu Biologie von Sigrid Holub durchgeführt. Für die theoretische und sprachliche Komponente, sowie für das Verfassen des Berichts war Wolfgang Oertl verantwortlich.

Ziel des Projekts ist nicht eine umfassende statistische Erhebung und Klassifikation sprachlicher Kriterien in ihrer Bedeutung für den mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht – das würde mehrere Kolleginnen mehrere Jahre hauptberuflich beschäftigen – sondern eine lose Bestandsaufnahme von Problemerkissen aus unserer Unterrichtserfahrung mit dem Hauptanliegen, das Bewusstsein für die Rolle der Sprache bei der Vermittlung mathematisch-naturwissenschaftlicher Inhalte zu schärfen.

Wenn wir Ihnen mit unserer Arbeit vermitteln können, dass die sprachliche Komponente einen nicht zu überschätzenden Einfluss auf den Erfolg Ihres Unterrichts hat, haben wir unser Ziel erreicht.

2 MODELL: ALLES LEHREN IST ÜBERSETZEN

Ein tief greifendes Verständnis für physikalische Effekte kann zumeist nur erzielt werden, wenn die zugrunde liegende Physik in einfacher Alltagssprache [...] veranschaulicht werden kann. R.U. Sexl¹

Prinzipiell ist jedes Lehren Übersetzen: von der Sprache und Gedankenwelt des Fachgebietes in die Sprache und Vorstellungswelt der Schülerinnen. Während jedoch im Sprachunterricht „nur“ die semantischen und strukturellen Regeln der sprachlichen Codes (und eventuelle kulturelle Konnotationen) verschieden sind, ist dieser Sachverhalt im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht durch das Zusammenspiel der Ebenen

- Realität
- Alltagssprache
- wissenschaftliches Modell
- Fachsprache
- Formelsprache

noch komplizierter. Es lassen sich zumindest die folgenden Übersetzungsvorgänge identifizieren:

- Realität \leftrightarrow wissenschaftliches Modell
- Alltagssprache \leftrightarrow Fachsprache
- Fachsprache \leftrightarrow Formelsprache
- Einzelfall \leftrightarrow Verallgemeinerung
- konkret \leftrightarrow abstrakt

Probleme in nur einem dieser Transfervorgänge wirken auf die Transfers in allen anderen Ebenen zurück. In dieser Verschränkung von linguistischer und logisch-mathematischer Intelligenz mag auch einer der Gründe für die gravierenden Probleme vieler Schülerinnen mit mathematisch-naturwissenschaftlichen Inhalten liegen.

Noch vor dem Abstraktionsvermögen² und der Fähigkeit zu lateralem Denken (für die Modellbildung) ist die Sprache der wichtigste Faktor in diesem Übersetzungsvorgang, einerseits wegen ihrer Rolle als Medium für alle Transfers, andererseits weil ihre Verständlichkeit bei geeignetem Gebrauch durch die Lehrerin am leichtesten veränderbar ist.

¹ Sexl (1980), 209

² Man sieht, dass sich [...] das abstrakte Denken - und somit auch das Verstehen einer abstrakten Sprache und abstrakter Inhalte - zuletzt entwickelt. Somit werden sogar Schülerinnen höherer Klassen – und das entspricht auch der persönlichen Erfahrung des Autors – vor allem mit dem Verstehen von abstrakten Inhalten Probleme haben. Denn verliert das Lernen seinen Bezug zum Konkreten, kann es so abstrakt werden, dass das Gedachte unverstanden bleibt. Apolin (2002) p.21

3 FORDERUNG: VERSTÄNDLICHKEIT

Wer's nicht einfach und klar sagen kann, der soll schweigen und weiterarbeiten, bis er's klar sagen kann.
Sir Karl Popper

“Der/Die kann nicht erklären!”, ist ein häufig gehörter Stoßseufzer von Schülerinnen. Seit den Arbeiten von Steinbach/Langer/Tausch (1972) und Langer/Schulz von Thun/Meffert/Tausch (1973) lassen sich diesem Verdikt auch objektive Verständnismerkmale zuordnen.

In mehreren Untersuchungen wurden die folgenden Kriterien herausgefiltert: Einfachheit, Stimulanz, Kürze/Prägnanz sowie Gliederung/Ordnung. Zusätzliche Erhebungen haben gezeigt, dass diese Parameter sowohl vom Alter als auch vom Bildungsgrad der Kandidatinnen unabhängig sind. Bei genauerer Analyse stellte sich außerdem heraus, dass Einfachheit per se stimulant wirkt und die letzten beiden Elemente zu einem Komplex zusammengefasst werden können:

- Stimulanz – Einfachheit
 - Einfachheit
 - zusätzliche Stimulanz
- Strukturierung
 - Kürze/Prägnanz
 - Gliederung/Ordnung

Auf den sprachlichen Aspekt bezogen heißt das, dass verständliche Texte aus „linearen“ (parataktischen statt hypotaktischen) Sätzen bestehen, die wenige den Schülerinnen nicht geläufige Wörter enthalten, auf Funktionsverben verzichten (Verbal- statt Nominalstil) und möglichst konkret und anschaulich sind.

Kürze kann natürlich kein absolutes Kriterium sein, grundsätzlich sollte aber jeglicher sprachliche und inhaltliche Ballast vermieden, also Prägnanz angestrebt werden. Die Erklärung liegt in der Funktionsweise des Gehirns:

*Für einen möglichst hohen Akzeptabilitätsgrad ist es - vor allem in der Schule - wichtig, von mehreren Varianten diejenige zu wählen, die dem Kurzzeit-Gedächtnis der HörerInnen/ LeserInnen eine möglichst geringe Speicherleistung zumutet.*³

Das Kurzzeitgedächtnis wird aber gerade in naturwissenschaftlichen Texten durch die hohe Wortanzahl pro Satz überfordert. Wenn dann noch unzureichend eingeführte Fachwörter Speicherplatz belegen, bleibt für das Erfassen der Inhalte keine Kapazität mehr übrig. Für gutes Verständnis ist daher die Aufarbeitung des Stoffes in überschaubare Einheiten – inhaltlich, visuell (Layout, Absätze, Auszeichnung) und sprachlich (kurze Sätze) – wesentlich.

Diese Forderungen überschneiden sich zum Teil mit der nach sinnvoller äußerer Gliederung und Gruppierung zu Unterabschnitten aus dem Kriterienpaar Gliederung/Ordnung. Dass jegliche Argumentation natürlich auch innere Folgerichtigkeit besitzen muss, bedarf wohl keiner weiteren Erklärung.

³ Apolin (2002), 29

4 MATHEMATIK: STRUKTURIERUNG

Notburga Grossers vergleichende Analyse zweier Strategien zur Erklärung der Multiplikation mit eingliedrigen Termen in einer dritten Hauptschulklasse liefert Anschauungsmaterial für das oben Gesagte (Texte und Statistiken, wie bei allen folgenden Kapiteln, im Anhang):

4.1 Multiplikation von Termen

4.1.1 Text 1

Text 1 wirkt in seinem Wechsel von Text- und Formelzeilen vordergründig gut angelegt. Bei genauerer Analyse zeigt sich aber, dass die Texte nur verbindende Worte zu den Formelblöcken liefern, zum logischen Ablauf tragen sie nichts bei. 6 Fachwörter (multiplizieren, Glied/eingliedrig, Term, Distributivgesetz, Verteilungsgesetz, Vorzeichenregel) kommen insgesamt 17-mal vor, die sprachliche Struktur der Texte ist unnötig kompliziert:

Du hättest aber auch – unter Verwendung des Distributivgesetzes (Verteilungsgesetzes) – folgendermaßen rechnen können:

Der Satzbeginn mit dem Konjunktiv und die Unterbrechung durch den Einschub in Bindestrichen erschweren das Verständnis ebenso wie das hochtrabende Wort „folgendermaßen“.

Wenn du hingegen den Term $(a + 7/10)$ mit 5 zu multiplizieren hast, kannst du nur so vorgehen:

Hier entstammen „hingegen“, die Umschreibung von „müssen“ und das Verb „vorgehen“ nicht unbedingt dem Wortschatz der Schülerinnen einer dritten Hauptschulklasse.

Der Merksatz leidet (ebenso wie die Erklärung für 2.) unter der Wiederholung des Wortes „Glied“ und bleibt zu abstrakt. Die angehängte Aufforderung, die Vorzeichenregeln zu beachten, geht ins Leere, da diese im Verlauf des Textes nicht explizit angesprochen werden.

Ein weiteres Problem ist der Aufbau des Textes, da der Einstieg über das nicht Relevante die Konzentration vom Wesentlichen ablenkt.

Auf der Ebene der Formelsprache ist außerdem die Verwendung von gemischten Zahlen gemeinsam mit Ausdrücken wie $5a$, $3x$, $2y$ etc. fragwürdig, da die Konvention „neben einander stehende Ausdrücke werden multipliziert“ für gemischte Zahlen nicht gilt und der Formalismus unnötig verunklärt wird.

4.1.2 Text 2

Im Vergleich zu Text 1 fällt sofort die wesentlich geringere Länge auf. Auch hier finden sich 6 Fachwörter (Multiplikation/multiplizieren, Summe, Klammer, Summand, Rechenausdruck, Zahl), die letzten beiden lassen sich aber bereits der Alltagssprache zuordnen. Außerdem ist das Niveau der Begriffe elementarer, „Summe“ und „Summand“ werden sogar explizit erklärt.

Die Abfolge von Formeln und Text ist so gestaltet, dass die Texte die Formeln versprachlichen und damit erklären. Dadurch wird der Übersetzungsvorgang von der

Fach- in die Formelsprache erheblich erleichtert. Dieses Beispiel zeigt schön, dass Kürze Redundanz zur Erleichterung des Verständnisses keinesfalls ausschließt.

Auch der logische Aufbau des Textes ist ganz einfach: Von der Vorstellung der Grundbegriffe führt der Weg über die Stellung des Problems zu dessen Lösung erst im spezielleren und danach im verallgemeinerten Fall.

4.1.3 Analyse

Der empirische Befund bei Schülerinnen einer 3. Klasse Hauptschule bestätigt die Erwartungen: Text 2 wird als signifikant besser verständlich bezeichnet, dadurch ist das Gefühl beim Lesen des Textes besser; das Vertrauen, den Inhalt erfasst zu haben und ihn auch wiedergeben zu können, ist höher.

Die Textblöcke in Text 1 scheinen eher lang, seine Untergliederung allerdings nicht dramatisch schlechter als die von Text 2.

Die Anzahl der Fachausdrücke wird als fast gleich empfunden, Text 2 bleibt für die Mehrheit auch ohne zusätzliche Erklärung recht gut verständlich.

Bei den Studentinnen der Hauptschullehrerinnen-Ausbildung zeigt sich, wie zu erwarten, dass bei steigendem Bildungsniveau die Akzeptanz für komplexere Sprache steigt. Die Verständlichkeit wird jetzt nicht mehr so extrem unterschiedlich erlebt, auch die Werte für das Gefühl beim Lesen der Texte nähern sich aneinander an.

Untergliederung und Länge der Textblöcke werden ähnlich empfunden, bei der Anzahl der Fachausdrücke schneidet Text 2 sogar schlechter ab, letzteres mag darauf zurückzuführen sein, dass die Fachwörter in Text 2 sehr auffällig sind und daher nicht überlesen werden.

4.2 Extremwertaufgaben

4.2.1 Ablauf

In einer 7. Gymnasialklasse wurde von Wolfgang Wisenöcker das Kapitel Extremwertaufgaben neu eingeführt. Differentialrechnung war bereits begonnen worden, daran hatten sich die Kapitel Kurvendiskussionen und Newtonsches Näherungsverfahren angeschlossen, zuletzt waren Kegelschnitte behandelt worden.

Den Schülerinnen wurde der Zweck der Untersuchung mitgeteilt. Sie wurden insbesondere darauf aufmerksam gemacht, dass alle Fragen anonym behandelt werden und ihre Beantwortung nicht in die Noten einbezogen wird.

Einer Gruppe von Schülerinnen wurden der von Notburga Grosser verfasste Texte ausgeteilt, der anderen Gruppe die entsprechende Angabe im Buch. Es wurde versucht, die Texte gleichmäßig auf gute und schwächere Schülerinnen zu verteilen. Die Zeit zum Lesen der Texte war zunächst mit 20 Minuten veranschlagt, es waren aber alle nach sehr konzentrierter Arbeit bereits nach ca. 10 Minuten fertig. Es wurden keine Fragen beantwortet. Dann wurden die Fragebogen zur Beurteilung der Texte ausgeteilt, ausgefüllt und eingesammelt.

Zuletzt wurden das Blatt mit den vier Verständnisfragen ausgeteilt, zu deren Beantwortung der Text ausdrücklich nicht verwendet werden durfte. Die Schülerinnen sollten dann weiterhin ohne Verwendung des Textes das angegebene Beispiel bearbeiten. Erst wenn ein Weiterarbeiten unmöglich erschien, sollte der Text zur Hand ge-

nommen werden und das auch vermerkt werden. Davon machten zwei Schülerinnen Gebrauch.

4.2.2 Text 1

Text 1 ist eine logisch strukturierte und typographisch sinnvoll aufbereitete Arbeitsanleitung. Logische Einheiten werden voneinander abgesetzt und durch Überschriften Sinn stiftend angekündigt, bei den Formeln finden sich nochmals die Bezeichnungen (*Zielfunktion*, *Nebenbedingung*) Nach jedem abgeschlossenen Block wird explizit die Frage nach dem Verständnis gestellt und dadurch zur Reflexion über den eigenen Lernfortschritt angeregt. Einfache Skizzen visualisieren den Text. Begriffe werden mit Verständnis unterstützender Redundanz definiert (z.B. der Zusatz: daher **Zielfunktion**), logisch eingesetzter Fettdruck und Unterstreichungen helfen, Strukturen erkennbar zu machen.

Die Rechenschritte werden erst in ganzen Sätzen eingeführt und dann in Formelsprache dargestellt:

Wir können nun eine Variable aus der Nebenbedingung ausdrücken und in die Zielfunktion einsetzen:

$$a = 25 - b$$

einsetzen in die Zielfunktion:

$$A(b) = (25 - b) \cdot b \text{ oder}$$

$$\underline{A(b) = 25b - b^2}$$

Dadurch ergibt sich nicht nur eine direkte Übersetzungshilfe, die das Verständnis unterstützt, sondern auch Redundanz, die das Behalten fördert.

4.2.3 Text 2

Text 2 wirkt auf den ersten Blick ebenfalls gut strukturiert, seien Schwächen werden erst beim Vergleich mit Text 1 offenbar: die Textblöcke sind nicht ausreichend voneinander getrennt (der Durchschuss ist zu gering), außerdem fehlen die Zwischenüberschriften, die Text 1 seine Übersichtlichkeit geben.

Der erste Absatz [Viele(alltägliche) Probleme ... lokalen Extrempunkt.] überfordert die Leserin mit einer Überfülle von Fachbegriffen (globales Maximum, globales Minimum, Funktion, Definitionsbereich, Extremwertaufgabe, Randextremum, lokaler Extrempunkt) und eingestreuten Elementen aus der Formelsprache (f , \max_f , D_f , \min_f). „Gemäß“ stellt einen unnötig komplizierten Bezug zur Graphik dar, „wie in Fig. 4.2. ersichtlich“ oder „Fig. 4.2. zeigt“ erfüllen die gleiche Funktion, sind aber unmittelbar anschaulich und daher leichter verständlich.

Isoliert betrachtet sind die Elemente von Text 2 nicht allzu problematisch, die Kombination aus Struktur, Fachvokabular, Formelsprache und Unanschaulichkeit behindert aber die Verständlichkeit des Ganzen.

Die Problematik der Verkürzung zeigt sich besonders in einem Satz wie:

*Gemäß Fig. 4.2. kann \max_f bzw. \min_f dabei am Rand von D_f angenommen werden (**Randextremum**) oder (auch) im Inneren von D_f in einem **lokalen Extrempunkt**.*

Wesentliche Elemente des Inhalts sind nur als Kürzel präsent, benötigen also zur Decodierung einen weiteren Übersetzungsschritt. Außerdem werden Definitionen implizit in Klammern verpackt, was die zu definierenden Begriffe nur verschwommen im Gedächtnis verankert. Dazu stören die Klammern den Lesefluss.

Im durchgerechneten Beispiel geben die Diagramme zu möglichen Formen der Lösung eine anschauliche Vorstellung des Problems. Danach werden die jeweiligen Formeln durch eine kurze Beschreibung ihrer Funktion eingeführt. Die einzelnen Schritte sind übersichtlich nummeriert, der Satzspiegel ist allerdings wieder zu gedrungen, der Durchschuss zu gering für eine sinnvolle visuelle Trennung.

Dieser Text bringt das Dilemma der Schulbuchautorin auf den Punkt: Einerseits ist Platz knapp, möglichst viel soll auf möglichst geringem Raum untergebracht werden. Andererseits wäre z.B. größerer Zeilenabstand oder Durchschuss für die Gliederung und Lesbarkeit des Textes von enormem Vorteil. Gerade in diesem Bereich wirken sich aber relativ kleine Veränderungen bereits sehr stark auf die Gesamtlänge des Textes aus. Daher werden in diesem Lehrbuch nur größere Abschnitte hervorgehoben, in den Kopien im Anhang z. B. die Kapitelüberschriften 4, 4.0 und 4.1. Innerhalb dieser Kapitel bleibt die Feingliederung mangelhaft.

4.2.4 Analyse

In allen Bereichen, die zu bewerten waren, wurde der selbst geschriebene Text besser beurteilt. Besonders signifikant war der Unterschied bei der Frage nach der Verständlichkeit. Der Grund dafür dürfte bei der Verwendung der Fachausdrücke liegen, wie das Ergebnis der letzten Frage vermuten lässt. Dazu passen auch die Ergebnisse des Kontroll-Fragebogens.

Auffallend war der signifikante Unterschied bei der verbalen Beantwortung der Fragen: Die Frage nach der Zielfunktion wurde von keiner Schülerin der Gruppe 2 beantwortet, während in Gruppe 1 62% der Schülerinnen dazu in der Lage waren. Ähnlich bei der Frage nach der Nebenbedingung, die alle Schülerinnen der Gruppe 1, aber nur 40% der Gruppe 2 korrekt beantworten konnten; diese Zahlen entsprechen exakt denen für die anschließende Frage nach der Bedeutung der Nebenbedingung. Nur die Berechnung der Minima und Maxima der Zielfunktion liefert ein ausgeglichenes Bild mit nicht signifikantem Vorsprung für Text 2.

Das Beispiel wurde von fast allen in Gruppe 1 richtig oder fast richtig gelöst. Ein (sehr guter) Schüler wählte das schwierigere Beispiel und rechnete es nicht ganz fertig; ein anderer Schüler musste den Text zu Hilfe nehmen.

In Gruppe 2 versuchte ein sehr guter Schüler das schwierigere Beispiel und schaffte es fast. Ein Schüler rechnete das einfachere Beispiel fast richtig. Eine (sehr schwache) Schülerin konnte auch unter Zuhilfenahme des Textes das Beispiel nicht lösen. Zwei Schüler machten methodische Fehler.

5 CHEMIE: OPTIMIERUNG

5.1 Definition: Mol

Der Vergleich eines Lehrbuchtextes mit seiner Optimierung durch Wilhelm Pichler zeigt schön die Möglichkeiten, die die Berücksichtigung sprachlicher Kriterien bei der Textgestaltung in sich birgt:

5.1.1 Text 1

Text 1 ist ein klassischer Lehrbuchtext alter Schule, die graphische Aufarbeitung des Inhalts ist kein Thema. 10 Fachwörter (*Atommasse, Molekularmasse/Molekülmasse, atomare Masseneinheit, Masse, Kohlenstoff, Substanz, Kilomol, Molekül, Avogadro-Konstante, Loschmid-Konstante*) kommen insgesamt 17mal vor.

Gleichzeitig mit der Verwendung der Fachwörter werden auch Abkürzungen eingeführt, die den Lesefluss stören, für das Verständnis aber nicht zentral sind. Die Verwendung von M als Abkürzung für Molekularmasse (*...der Molekularmasse M...*) und als Variable (*...ist M die in der atomaren Masseneinheit 1u gemessene Molekülmasse einer Substanz...*) kann für Verwirrung sorgen, ebenso die uneinheitliche Bezeichnung Molekularmasse bzw. Molekülmasse.

Logisch folgt die Präsentation keinem erkennbaren Muster. Atom- und Molekularmassen werden angesprochen, aber erst nach Einschub der Definition von 1u weiter erklärt. Danach wird der Übergang von 1u zu 1 kmol gesucht. Die Angabe zweier Namen für eine Konstante ohne weitere Erklärung komplettiert nur noch das Bild dieses recht chaotischen Textes.

5.1.2 Text 2

In Text 2 versuchte Wilhelm Pichler die offensichtlichen Mängel von Text 1 zu beheben und nahm eine Optimierung nach sprachlichen Kriterien vor. Vor allem versucht er, den Mol-Begriff logisch zu entwickeln: Auf eine Einführung folgt die Beschreibung der Situation, grundsätzlich im Rahmen der Alltagsvorstellung (*zusammengeben, abwiegen, viele*), daran wird die Definition angeschlossen. Die Benennung der Konstanten nach zwei Forschern rundet den Text mit einer Anekdote ab.

Das Layout stützt diese Entwicklung durch die Gliederung in Absätze, die mit einzeiligem Durchschuss getrennt sind; die wesentlichen Begriffe sind zur leichteren Erkennbarkeit im ganzen Text fett gedruckt.

Sprachlich bemüht sich der Text möglichst viel Alltagssprache zu verwenden; dadurch wird die Visualisierung erleichtert. Es werden 8 Fachwörter verwendet (*Atom, atomare Masseneinheit, Wasserstoff, Gramm, Teilchen, Mol/Kilomol, Sauerstoff, Substanz, konstant*), diese kommen insgesamt 20 mal vor, da sie aber logisch entwickelt werden und in bekannte Sprache eingebettet sind, hemmen sie den Textfluss nicht.

Die durchschnittliche Wortanzahl pro Satz beträgt bei Text 1 13, bei Text 2 hingegen 13,36. Trotzdem ist dieser leichter lesbar, weil sich die langen Sätze primär durch alltagssprachliche Vergleiche ergeben, die das Verständnis unterstützen, während in Text 1 gerade die Definitionen am Ende in die längsten Sätze gekleidet sind.

Dass die Vereinfachung in Text 2 auch zu Kritik führt, zeigt folgender Kommentar einer Schülerin der Klasse: *Der Text erinnert mich irgendwie an die Volksschule.* Andererseits wird von einer anderen Schülerin gerade die Annäherung an die Alltagssprache hervorgehoben: *Der Text ist in einer Sprache geschrieben, wie man auch etwas erklären würde (jemand, der noch nie etwas davon gehört hat).*

5.1.3 Analyse

Die Bewertung durch die Schülerinnen einer 7.AHS-Klasse zeigt die Auswirkungen der sprachlichen Optimierung: Bei den Fragen nach dem Verständnis rangiert Text 2 im obersten Bereich: Frage 1 zu 100% in den ersten zwei Kategorien, Frage 3 zu 95%, Fragen 2 und 6 zu 84%. Auch bei der Gliederung (Frage 5) ergibt sich mit 90% ein ähnliches Bild. Die Strukturierung dürfte auch für die interessante Tatsache verantwortlich sein, dass die Text“blöcke“ in Text 2 trotz längerer Sätze als etwas kürzer empfunden wurden.

Der Vergleich mit den Daten für Text 1 (durchgehend mehr als 53% in den unteren drei Bereichen) zeigt, dass der Versuch, durch gezielten Einsatz sprachlicher Mittel schüleradäquat zu erklären, gelungen ist.

5.1.3.1 Gender-Aspekt

Die Auswertung der Daten nach Gender-Aspekten brachte keine signifikanten Ergebnisse. Die Unterschiede in der Bewertung von Text 1 und Text 2 bleiben prinzipiell gleich, die einzige kleine Tendenz könnte sein, dass die Mädchen die Fragen generell geringfügig kritischer beantworten als die Burschen.

5.2 Erklärung: Reaktionsgeschwindigkeit

Die Einführung des Begriffes der Reaktionsgeschwindigkeit mit zwei verschieden gestalteten Texten bestätigt die bisherigen Befunde:

5.2.1 Text 3

Text 3 ist wieder eine konzise, logisch einwandfreie Darstellung des Sachverhaltes auf hohem Abstraktionsniveau. Abgesehen von der Zentrierung der Formel finden sich keine gestalterischen Elemente. 14 Fremdwörter (*Reaktionsgeschwindigkeit, proportional, Produkt, Konzentration, Ausgangsstoffe, Reaktion, charakteristisch, Konstante, Geschwindigkeitskonstante, temperaturabhängig, Konzentrationsänderung, Zeiteinheit, Teilchen* und *Energie*) kommen 15-mal vor, der Text ist hochgradig nominal, außer *nimmt ... zu* treten keine Vollverben auf. Weder werden die Schülerinnen angesprochen, noch wird in irgendeiner Form auf ihre Alltagswelt verwiesen.

Ohne Einleitung oder Begründung geht es sofort in medias res: *Die Reaktionsgeschwindigkeit v ist proportional dem Produkt der Konzentration der Ausgangsstoffe.* Mit Ausnahme der Strukturwörter besteht dieser Satz ausschließlich aus Fachbegriffen! Der damit verbundene hohe Abstraktionsgrad lässt keine sinnvollen Assoziationen zu; diese stellen aber eine der zentralen Bedingungen für Verständlichkeit dar:

Sind Texte für SchülerInnen zu abstrakt und somit sinnleer, so können sich nicht genug Assoziationen bilden, um die Information im Gedächtnis zu

*verankern. Denn wenn etwas abstrakt ist, kann man sich kein Bild davon machen.*⁴

Die Fachwörter in dieser Erklärung der Reaktionsgeschwindigkeit sind in diesem Sinne zu abstrakt und bieten den Schülerinnen keine Möglichkeit für Assoziationen – der Text wird unverständlich. Der weitere Verlauf bietet dann keinerlei Hilfe mehr, da die Erklärung der Formel nur die Geschwindigkeitskonstante anspricht. Die abschließende Definition leidet unter dem gleichen Abstraktionsgrad wie die Einführung, sie besteht wieder nur aus Fachtermini und Strukturwörtern.

Text 3 ist eigentlich ein Muster an Kürze und Prägnanz im Sinne der Verständlichkeitskriterien. Gerade dieser Text zeigt aber, dass Kürze und Prägnanz alleine einen Text nicht verständlicher machen, wenn das grundlegende Kriterium der Einfachheit nicht erfüllt ist.

5.2.2 Text 4

Text 4 verwendet Sprache und Konzepte, die dem Alltag der Schülerinnen näher stehen. 5 Fachbegriffe (*chemische Reaktion, Teilchen, Konzentration, Reaktionsgeschwindigkeit* und *Konzentration*) kommen 11-mal vor, der Abstraktionsgrad dieser Begriffe ist aber deutlich geringer als in Text 3.

Der Text ist mit vergrößertem Durchschuss in logische Abschnitte gegliedert, vor der Formel gibt es eine Art „Vorwarnung“. Im Vergleich zu Text 3 braucht Text 4 eindeutig mehr Worte, 122 statt 43, auch die durchschnittliche Wortanzahl ist mit ca. 11 relativ hoch. Hier liegt Text 3 – wegen eines 3-Wort-Satzes – scheinbar wesentlich besser, die größere Satzlänge wird aber wegen des erheblich einfacheren Wortmaterials und der Verständnis fördernden Redundanz nicht als Störfaktor empfunden.

Im logischen Aufbau wird stark auf die Schülerinnen eingegangen: Ein einleitender Abschnitt begründet die Notwendigkeit des Konzepts. Dann wird der Begriff der Konzentration mit einer eingängigen Metapher präsentiert, auf die sich die Erklärung der Reaktionsgeschwindigkeit beziehen kann.

5.2.3 Analyse

Die Analyse der Daten zeigt wieder ein ähnliches Bild: gerade bei den entscheidenden Verständlichkeitsfragen (Fragen 1, 2 und 3) liegt Text 4 (jeweils über 80% in den beiden obersten Kategorien) signifikant besser als Text 3 (max. 50%). Gleiches gilt für die Frage nach der Stimmung (Frage 6: 90% gegen 57%), die für die Motivierung der Schülerinnen entscheidend ist. Die Textblöcke werden in Text 4 objektiv richtig als länger empfunden, eine Tatsache, die auf das Verständnis keine negativen Auswirkungen hat. Die Anzahl der Fachausdrücke wird erwartungsgemäß in Text 4 als geringer empfunden. Frage 8 zeigt ein eigenartiges Ergebnis, da sich zwischen den beiden Texten keine Unterschiede erkennen lassen. Vielleicht ist das sehr verschiedene Niveau der Fachausdrücke für diese Bewertung verantwortlich.

⁴ Apolin (2002), 24

6 BIOLOGIE: PRAXIS

In Biologie versuchte Sigrid Holub im BRG Viktring die Aufmerksamkeit von der normalen Lernsituation auf die positiven und negativen Qualitäten der Texte selbst zu lenken und dadurch eine anders geartete Motivation zu erzeugen.

Dabei wurden fünf verschiedene Erklärungsansätze zum Thema Gensteuerung ausgetestet. Ihre 22 Schülerinnen einer 8. Klasse erhielten nach dem Zufallsprinzip je einen der im Anhang beigelegten Texte und wurden gebeten, die Textstellen durchzuarbeiten sowie anschließend in eigenen Worten den Ablauf der Gensteuerung zu beschreiben. Danach wurden sie aufgefordert, aufzuschreiben, welche Faktoren das Verständnis erleichtert oder erschwert hatten.

Als erschwerend wurden genannt:

- zu viele Fremdwörter
- Erklärung von Fachtermini durch andere Fachbegriffe
- viel Text ohne visuelle Anker
- schlechte Formatierung des Textes
- komplizierte Skizzen
- wenige Illustrationen
- die Schrift im Cartoon

Unterstützend wirkten:

- klar strukturierter Text
- einfache Skizzen und/oder Illustrationen
- geringe Anzahl von Fachbegriffen

Ein Kollege am BRG Mössingerstraße legte die Texte seiner 8. Klasse in der 10. Unterrichtsstunde vor und ließ Verständlichkeit, Attraktivität, Neuigkeitsgrad und Gesamteindruck auf einer Skala von 1-4 bewerten.

Die Auswertung dieser Antworten zeigt, dass Text P in Bezug auf Verständnis exzellent abschneidet, obwohl Text S sogar bessere Attraktivitätswerte bekommt und bei Neuigkeitsgrad und Gesamteindruck fast gleich auf liegt. Am anderen Ende des Spektrums hat Text LI sehr schlechte Ergebnisse bei Verständnis, Attraktivitätsgrad und Gesamteindruck, obwohl ihm ein recht hoher Neuigkeitsgrad zugesprochen wird.

Eine Schülerin dieser Klasse fasste das Ergebnis aus seiner Sicht folgendermaßen zusammen:

P: Anschaulich, aber unnötig kindisch, recht verständlich erklärt.

LA: wenig anschaulich erklärt.

LI: Verwirrende, unverständliche Illustrationen

M: Illustration + Text ok, viele Fremdbegriffe dicht gedrängt.

S: Zu wenig umfangreich, zu wenig illustriert.

Noch wichtiger scheint mir aber die Aussage des Kollegen nach dieser Stunde: Er war begeistert, mit welchem Eifer die Schülerinnen die Texte durcharbeiteten. Sie waren in der 10. Stunde völlig konzentriert wie im "Normalunterricht" um diese Zeit nie. Seine Interpretation: *Sie fühlten sich wirklich ernst genommen, da sie eine wichtige Funktion erfüllten. Es ging nicht nur darum, etwas für eine Note zu tun.*

Und, als passender Abschluss: *Sollte das MNI-Projekt sonst keinen Zweck erfüllen, dann hat sich zumindest diese Unterrichtseinheit total ausgezahlt!*

7 CONCLUSIO

Aber die meisten Menschen haben eben einen heiligen Respekt vor Worten, die sie nicht begreifen können, und betrachten es als ein Zeichen der Oberflächlichkeit eines Autors, wenn sie ihn begreifen können.

Albert Einstein

Die vergleichende Analyse der Unterrichtstexte hat gezeigt, dass mit einer Vereinfachung der Sprache eine Erhöhung der Verständlichkeit verbunden ist. Dies soll nicht einer rudimentären Stummelsprache das Wort reden oder ein Absenken des Niveaus bedeuten! Es geht vielmehr darum, die sprachlichen Barrieren zwischen den Schülerinnen und mathematisch-naturwissenschaftlichen Inhalten aufzuheben.

Die Angst vor „zu einfachem“ Erklären ist unbegründet. Sprache ist keine Maske, die sich die Lehrerin zur Erhöhung ihres Ansehens vor den Geist stülpt. In der Schule dient sie der Vermittlung von Kenntnissen und Fertigkeiten, nicht – wie leider manchmal im wissenschaftlichen Betrieb – der Selbstdarstellung der Autorin.

Natürlich stößt sprachliche Reduktion bei der Komplexität der zu vermittelnden Materie an ihre Grenzen. Die Grundforderungen nach Einfachheit und Strukturierung im sprachlichen, logischen und formalen Bereich lassen sich aber auf allen Niveaus verwirklichen.

Die vorgestellten Beispiele sollen zeigen, dass in vielen Fällen Hürden beseitigt werden können, ohne irgendwelche inhaltliche Kompromisse einzugehen, wenn bei der sprachlichen Gestaltung von Texten auf die Vorkenntnisse und Bedürfnisse der Schülerinnen Rücksicht genommen wird.

8 LITERATUR

ALTRICHTER, H. & POSCH, P. (1998). Lehrer erforschen ihren Unterricht. Eine Einführung in die Methoden der Aktionsforschung. 3. erw. Aufl. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

APOLIN, M. (2002). Die Sprache in Physikschulbüchern. Wien: Nw. Diss.

Beutelspacher, A. (2004). Das ist o.B.d.A. trivial. Tipps und Tricks zur Formulierung mathematischer Gedanken. 7. überarb. Aufl. Wiesbaden: Vieweg

LANGER, I., SCHULZ VON THUN, F., MEFFERT J. & TAUSCH R. (1973). Merkmale der Verständlichkeit schriftlicher Informations- und Lehrtexte. In: Zeitschrift für experimentelle und angewandte Psychologie 1973/2, 269-286

Maier, H. & Schweiger, F. (1999). Mathematik und Sprache. Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Mathematikunterricht. Wien: öbv

SCHULZ VON THUN, F., VON BERGHES, M., LANGER, I. & TAUSCH, R.(1974). Überprüfung einer Theorie der Textverständlichkeit; Verbesserung der Verständlichkeit von Kurzzusammenfassungen wissenschaftlicher Veröffentlichungen. In: Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie 1974/3, 192-206

SEXL, R. U. (1980). Relativitätstheorie als didaktische Herausforderung, Naturwissenschaften 67/1980

STEINBACH I., LANGER I. & TAUSCH R. (1972). Merkmale von Wissens- und Informationstexten im Zusammenhang mit der Lerneffektivität. In: Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie, 1972/2, 130-139

9 GESCHLECHTSSPEZIFISCHE PERSONENBEZEICHNUNGEN

Die Verwendung der weiblichen Personenbezeichnungen in diesem Bericht ist ein Statement im Sinne der Bewusstseinsbildung für den Gender-Bias von Sprache. Funktions- und Personenbezeichnungen, die sprachlich in der weiblichen Form angeführt werden, gelten sinngemäß auch in ihrer männlichen Form.

10 DANKSAGUNG

Ich möchte mich bei allen Kolleginnen bedanken, die in langen Gesprächen ihre Erfahrungen mit der Sprachproblematik im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht mit mir geteilt haben, besonders Mag. Claudia Leirer und Dr. Wolfgang Schöner an der Graphischen.

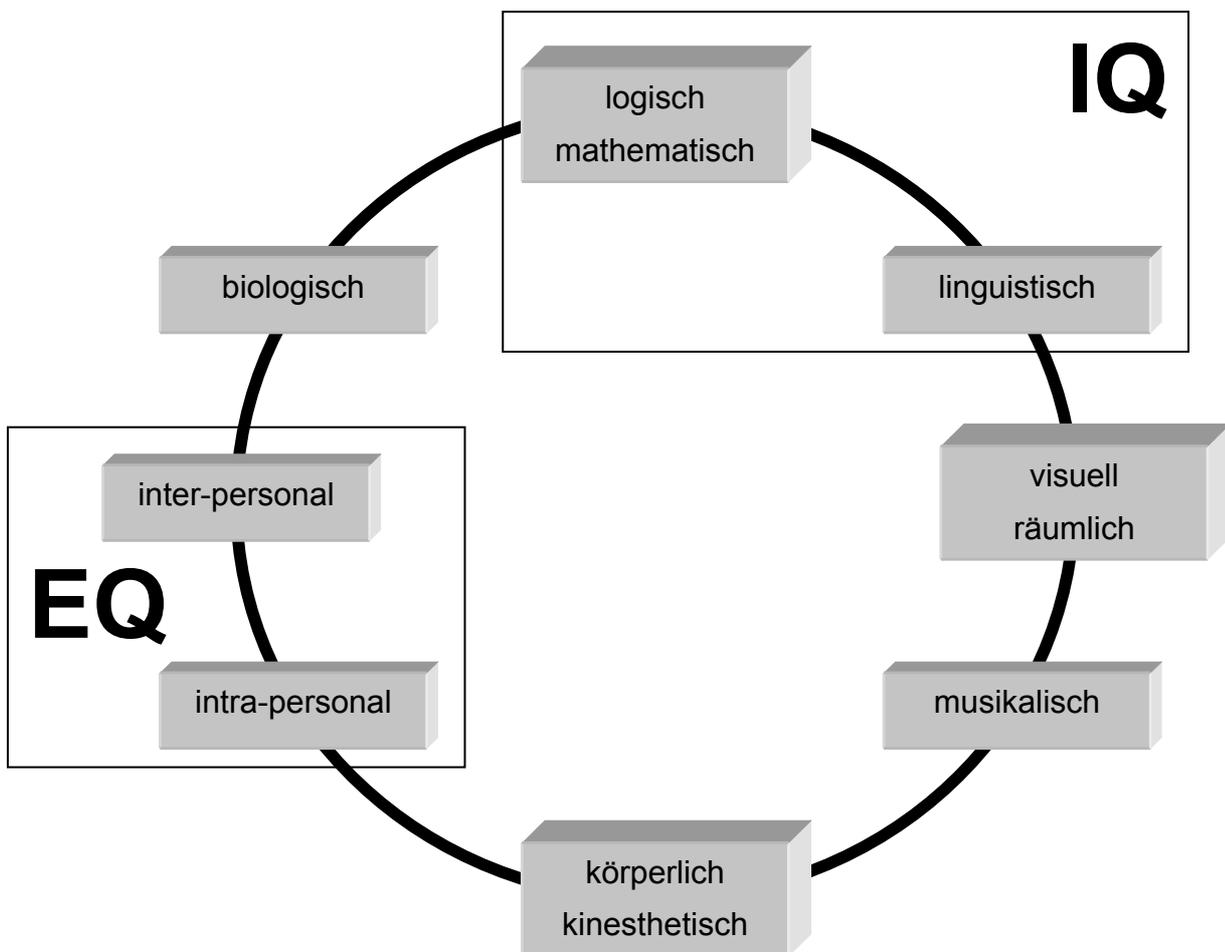
Meine Schülerinnen und ihre Bereitschaft, über Probleme bei Erklären und Verständnis mathematisch-naturwissenschaftlicher Inhalte zu erzählen, waren eine entscheidende Zusatzmotivation bei der Arbeit.

Mag. Wolfgang Wisenöcker, Mag. Johann Schlacher und Mag. Mario Klemen lieferten durch Beratung, Datenerhebung und Analysen wichtige Hilfestellungen.

Ganz besonderer Dank gebührt darüber hinaus DI Klaus Haslauer, der mich zuerst auf das Problem hingewiesen hat.

11 ANHANG

11.1 Intelligenzarten nach Howard Gardner



8 Arten von Intelligenz (nach Howard Gardner)

1. **logisch-mathematisch**

Problemlösen

75% der Lehrer unterrichten sequentiell

70% der Schüler lernen nicht so!

2. **linguistisch**

Verbale Ausdrucks- und Analysefähigkeit

3. **visuell-räumlich**

Karten, Graphiken, Diagramme

Spinnendiagramme und Mind Maps

4. **musikalisch**

z.B. Hintergrundmusik, auch als Signal für Arbeitszeit in Gruppenarbeiten: Wenn die Musik endet, endet auch die Arbeitszeit – vermeidet den permanenten Blick auf die Uhr!

5. **körperlich-kinesthetisch**

„Hör auf zu wetzen!“ → Hört auf zu lernen!

6. **intra-personal**

Intra-personale Menschen fühlen sich bei Paar- oder Gruppenarbeiten nicht wohl; sie brauchen zuerst Zeit für sich. Wenn sie erst ein Handout und etwas Zeit, es al-
leine durchzulesen bekommen, können sie in der Gruppe besser arbeiten.

7. **inter-personal**

Soziales Geschick ermöglicht leichteres Lernen in der Gruppe. → Paar- und Gruppenarbeit

8. **biologisch**

1997 entdeckt. Primär die Fähigkeit, in Kategorien einzuteilen: essbar/giftig, Stammesidentifikation, etc.

spirituell

2000 von Danah Zohar postuliert. Gespräche über Transzendenz und Spirituelles lösen Gehirnaktivitäten in genau bestimmten Regionen aus.

11.2 Fragebogen

Ist die Sprache für dich verständlich?

gut schlecht

Kannst du den Inhalt erfassen und wiedergeben?

gut schlecht

Ist der Text in einer für dich verständlichen Sprache verfasst?

ja nein

Wie empfindest du die Länge der Textblöcke?

kurz lang

Ist die Untergliederung für dich angemessen?

ja nein

Wie fühlst du dich beim Lesen dieses Textes?

gut schlecht

Wie empfindest du die Anzahl der Fachausdrücke?

zu wenige zu viele

Wie kannst du diesen Text ohne Erklärung der Fachausdrücke verstehen?

schlecht gut

11.3 Mathematik: Term-Multiplikation

11.3.1 Text 1

3.6 Multiplizieren mit eingliedigen Termen

1. Um z. B. $3\frac{7}{10} \cdot 5$ zu berechnen, wirst du wahrscheinlich so vorgehen:

$$3\frac{7}{10} \cdot 5 = 3,7 \cdot 5 = \mathbf{18,5} \quad \text{oder} \quad 3\frac{7}{10} \cdot 5 = \frac{37}{10} \cdot 5 = \frac{37 \cdot 5}{10} = \frac{37}{2} = \mathbf{18\frac{1}{2}} = \mathbf{18,5}$$

Du hättest aber auch – unter Verwendung des Distributivgesetzes (Verteilungsgesetzes) – folgendermaßen rechnen können:

$$3\frac{7}{10} \cdot 5 = \left(3 + \frac{7}{10}\right) \cdot 5 = 3 \cdot 5 + \frac{7}{10} \cdot 5 = 15 + \frac{7}{2} = \mathbf{18,5}$$

Wenn du hingegen den Term $\left(a + \frac{7}{10}\right)$ mit 5 zu multiplizieren hast, kannst du nur so vorgehen:

$$\left(a + \frac{7}{10}\right) \cdot 5 = a \cdot 5 + \frac{7}{10} \cdot 5 = \mathbf{5a + \frac{7}{2}}$$

2. Ebenso rechnet man, wenn man einen Term mit mehr als zwei Gliedern mit einem eingliedigen Term zu multiplizieren hat.

Beispiel J

a) $(a + b + c) \cdot d = a \cdot d + b \cdot d + c \cdot d = \mathbf{ad + bd + cd}$
b) $(x - y - z) \cdot x = \mathbf{x^2 - xy - xz}$
c) $(3x - 2y + 1) \cdot 2x = 3x \cdot 2x - 2y \cdot 2x + 1 \cdot 2x = \mathbf{6x^2 - 4xy + 2x}$

Multiplizieren mit einem eingliedigen Term

Multipliziere jedes Glied des mehrgliedigen Terms mit dem eingliedigen Term!
Beachte dabei die **Vorzeichenregeln!**

11.3.2 Text 2

Multiplikation einer Summe

$$(a + b) \cdot 3 = ?$$

Der Rechenausdruck in der Klammer ist eine **Summe**.

In der Klammer befinden sich die Summanden: **a** und **b**.

Wie kannst du die ganze Summe mit 3 multiplizieren?

Indem du jeden einzelnen Summanden mit **3** multiplizierst:

$$(a + b) \cdot 3 = 3 \cdot a + 3 \cdot b$$

Wenn du statt **3** eine beliebige Zahl **c** nimmst, kannst du die Rechnung auch so aufschreiben:

$$\boxed{(a + b) \cdot c = c \cdot a + c \cdot b}$$

11.3.3 Auswertung: 3.Klasse Hauptschule

Ist die Sprache für dich verständlich?

Frage 1	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
gut	1	3	8,3%	25,0%
	3	4	25,0%	33,3%
	3	5	25,0%	41,7%
	1		8,3%	0,0%
schlecht	4		33,3%	0,0%

Ist die Untergliederung für dich angemessen?

Frage 5	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
ja	5	5	41,7%	41,7%
	1	4	8,3%	33,3%
	4	3	33,3%	25,0%
	1		8,3%	0,0%
nein	1		8,3%	0,0%

Kannst du den Inhalt erfassen und wiedergeben?

Frage 2	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
gut		1	0,0%	8,3%
	2	4	16,7%	33,3%
	4	6	33,3%	50,0%
	3	1	25,0%	8,3%
schlecht	3		25,0%	0,0%

Wie fühlst du dich beim Lesen dieses Textes?

Frage 6	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
gut	1	4	8,3%	33,3%
	1	4	8,3%	33,3%
	6	3	50,0%	25,0%
	3	1	25,0%	8,3%
schlecht	1		8,3%	0,0%

Ist der Text in einer für dich verständlichen Sprache verfasst?

Frage 3	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
ja	1	3	8,3%	25,0%
	1	4	8,3%	33,3%
	3	3	25,0%	25,0%
	6	2	50,0%	16,7%
nein	1		8,3%	0,0%

Wie empfindest du die Anzahl der Fachausdrücke?

Frage 7	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
zu wenige	0	0	0,0%	0,0%
	1	1	8,3%	8,3%
	4	5	33,3%	41,7%
	4	4	33,3%	33,3%
zu viele	3	2	25,0%	16,7%

Wie empfindest du die Länge der Textblöcke?

Frage 4	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
kurz	0	4	0,0%	33,3%
	2	4	16,7%	33,3%
	3	4	25,0%	33,3%
	7		58,3%	0,0%
lang			0,0%	0,0%

Wie kannst du diesen Text ohne Erklärung der Fachausdrücke verstehen?

Frage 8	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
schlecht	1	1	8,3%	8,3%
	1	2	8,3%	16,7%
	7	2	58,3%	16,7%
	1	3	8,3%	25,0%
gut	2	4	16,7%	33,3%

11.3.4 Auswertung: Hauptschullehrerinnen-Ausbildung

Ist die Sprache für dich verständlich?

Frage 1	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
gut		3	0,0%	27,3%
	7	4	63,6%	36,4%
		3	0,0%	27,3%
	4	1	36,4%	9,1%
schlecht			0,0%	0,0%

Ist die Untergliederung für dich angemessen?

Frage 5	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
ja	4	5	36,4%	45,5%
	3	2	27,3%	18,2%
	1	1	9,1%	9,1%
	1	2	9,1%	18,2%
nein	2	1	18,2%	9,1%

Kannst du den Inhalt erfassen und wiedergeben?

Frage 2	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
gut		2	0,0%	18,2%
	4	4	36,4%	36,4%
	3	2	27,3%	18,2%
	4	2	36,4%	18,2%
schlecht		1	0,0%	9,1%

Wie fühlst du dich beim Lesen dieses Textes?

Frage 6	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
gut	0	3	0,0%	27,3%
	3	2	27,3%	18,2%
	4	3	36,4%	27,3%
	3	2	27,3%	18,2%
schlecht	1	1	9,1%	9,1%

Ist der Text in einer für dich verständlichen Sprache verfasst?

Frage 3	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
ja	2	3	18,2%	27,3%
	2	4	18,2%	36,4%
	4	2	36,4%	18,2%
	2	2	18,2%	18,2%
nein	1		9,1%	0,0%

Wie empfindest du die Anzahl der Fachausdrücke?

Frage 7	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
zu wenige		1	0,0%	9,1%
	1	0	9,1%	0,0%
	7	5	63,6%	45,5%
	2	5	18,2%	45,5%
zu viele	1		9,1%	0,0%

Wie empfindest du die Länge der Textblöcke?

Frage 4	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
kurz	1	1	9,1%	9,1%
	5	6	45,5%	54,5%
	5	3	45,5%	27,3%
			0,0%	0,0%
lang		1	0,0%	9,1%

Wie kannst du diesen Text ohne Erklärung der Fachausdrücke verstehen?

Frage 8	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
schlecht		0	0,0%	0,0%
	4	4	36,4%	36,4%
	3	4	27,3%	36,4%
	2	3	18,2%	27,3%
gut	2		18,2%	0,0%

11.4 Mathematik: Extremwertaufgaben

11.4.1 Text 1

Eine wichtige Anwendung der Differentialrechnung ist die Maximierung (bzw. Minimierung) einer Größe unter bestimmten Bedingungen. Folgendes Beispiel soll die Methode zeigen. Hake ab, wenn du einen Abschnitt der Erklärung verstanden hast, auch wenn das erst im Nachhinein der Fall ist!

Beispiel:

Von einem Rechteck kennt man den Umfang $u=50$. Bestimme die Seitenlängen so, dass das Rechteck den größten möglichen Flächeninhalt besitzt und berechne seinen Wert!

Lösung:

Natürlich gibt es viele Rechtecke mit 50cm Umfang - aber welches davon hat den größten Flächeninhalt?

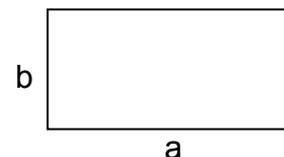
Gehe immer nach folgender Reihenfolge vor:

Wahl der Variablen:

a, b Seitenlängen des Rechtecks

Einschränkungen: $a, b \geq 0$ (Anm.: spielt hier keine Rolle, kann aber wichtig sein!!)

Oft ist mit der Wahl der Variablen ein gute Skizze verbunden!



verstanden

Zielfunktion:

Unter der **Zielfunktion** versteht man **jene Größe, die maximiert werden soll**, und zwar in Abhängigkeit von den vorher gewählten Variablen (daher Zielfunktion):

In unserem Fall ist das der Flächeninhalt (unterstreiche in der Angabe!):

$$\underline{A(a,b) = a \cdot b} \quad \dots \text{ Zielfunktion}$$

Beachte, dass die Zielfunktion von zwei Variablen abhängt! Wir können also noch kein Maximum berechnen – dafür benötigen wir eine Funktion mit nur einer Variablen.

verstanden

Nebenbedingung:

Nun können die beiden Variablen a und b nicht beliebig gewählt werden – immerhin muss ja der Umfang $u = 2(a + b) = 50$ sein. Die beiden Variablen erfüllen also folgende **Nebenbedingung**:

$$2(a + b) = 50 \text{ bzw.}$$

$$\underline{a + b = 25} \quad \dots \text{ Nebenbedingung}$$

□ **verstanden**

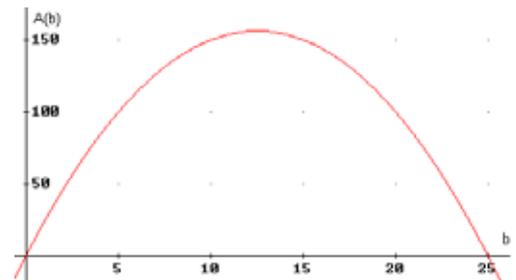
Wir können nun eine Variable aus der Nebenbedingung ausdrücken und in die Zielfunktion einsetzen:

$$a = 25 - b$$

einsetzen in die Zielfunktion:

$$A(b) = (25 - b) \cdot b \quad \text{oder}$$

$$\underline{A(b) = 25b - b^2}$$



Jetzt hängt die Zielfunktion nur noch von einer Variable ab. Die Abbildung zeigt den Grafen der Zielfunktion. Da der Flächeninhalt nicht negativ sein kann, ist $b \in [0;25]$.

□ **verstanden**

1. Ableitung der Zielfunktion Null setzen:

Für welchen Wert von b hat der Flächeninhalt seinen größten Wert? An welcher Stelle hat die Zielfunktion A(b) ihr Maximum?

Zur Beantwortung der eigentlichen Frage müssen wir die erste Ableitung der Zielfunktion bilden und Null setzen:

□ **verstanden**

$$A' = \frac{dA}{db} = 25 - 2b$$

$$25 - 2b = 0$$

$$\text{und } \underline{b = 12,5}$$

Um sicher zu gehen, dass dieser Wert tatsächlich ein Maximum ist (und kein Minimum), kann man entweder die 2. Ableitung bilden oder den Verlauf der Zielfunktion skizzieren.

$A''(b) = -2$ Die 2. Ableitung ist an jeder Stelle negativ, es handelt sich also um ein Maximum.

Berechnung der fehlenden Größen:

Aus der Nebenbedingung erhält man

$$\underline{a = 25 - b = 12,5}$$

Das gesuchte Rechteck ist also ein Quadrat, sein Flächeninhalt ist

$$\underline{A = 12,5 \cdot 12,5 = 156,25}$$

□ **verstanden**

Antwort: Das größte Rechteck mit dem Umfang 50 ist ein Quadrat mit der Seitenlänge 12,5.

11.4.2 Verständnisfragen

Beantworte folgende Fragen:

Was versteht man unter der Zielfunktion?

Was versteht man unter der Nebenbedingung?

Wozu benötigt man i.a. eine Nebenbedingung?

Wie findet man das Max./Min. der ZF?

Bearbeite Beispiel **449** (einfacher) **oder 450** (schwieriger)!

11.4.3 Text 2

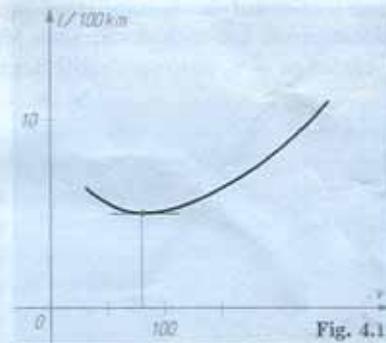
4

Einige Anwendungen der Differentialrechnung

4.0 Vorschau

Die im Abschnitt 3 behandelten Kurvendiskussionen haben neben den in Kap. 3.5 angegebenen Anwendungen mannigfaltige andere – außermathematische wie auch innermathematische. Drei besonders wichtige wollen wir im Folgenden behandeln.

Bei den so genannten *Extremwertaufgaben* (Kap. 4.1) handelt es sich um eine auf die Ermittlung des Maximums bzw. Minimums einer Funktion eingeschränkte Kurvendiskussion. Beispielsweise kann damit die für jeden umweltbewusst und wirtschaftlich denkenden Menschen wichtige Frage behandelt werden, bei welcher Geschwindigkeit (im 4. Gang) der Treibstoffverbrauch eines PKWs minimal wird. Für den zu Fig. 4.1 gehörigen PKW ist dies bei einer Geschwindigkeit von etwa 80 km/h der Fall.



In Kap. 4.2 wird ein Verfahren zur näherungsweisen Ermittlung der Nullstellen einer Funktion f (und damit der Lösungen einer Gleichung) vorgestellt, das so genannte *NEWTON'sche Näherungsverfahren*. Es stützt sich auf die uns aus Kap. 2.1 bekannte Tatsache, dass die Tangente an f bei x_0 die bestmögliche Approximation von f bei x_0 durch eine lineare Funktion (Polynom 1. Grades) verkörpert.

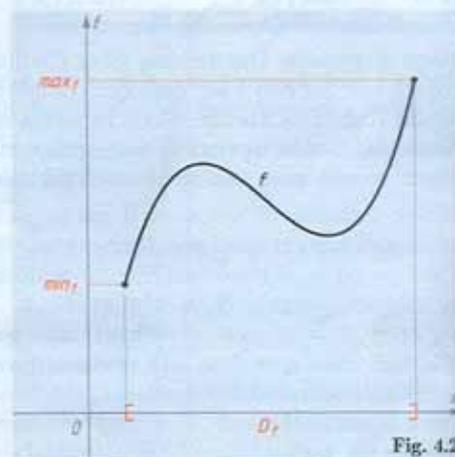
Die nahe liegende Weiterentwicklung dieser Idee, nämlich die bestmögliche Approximation von f bei x_0 durch ein Polynom 2. Grades, 3. Grades usw. wird uns im Kap. 4.3 unter dem Titel *TAYLOR-Polynome* beschäftigen. Damit kann man dann zB die Frage beantworten, auf welche Weise der Taschenrechner die Werte der Sinusfunktion berechnet.

4.1 Lösen von Optimierungsproblemen mit Hilfe der Differentialrechnung – Extremwertaufgaben

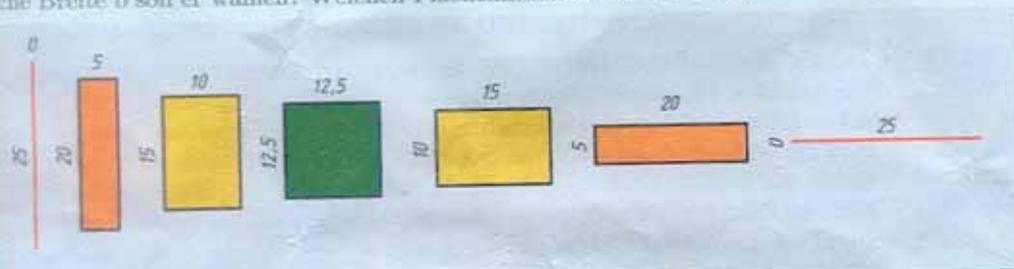
1. Extremwertaufgaben

Viele (alltägliche) Probleme führen auf die Aufgabe, das **globale Maximum** \max_I bzw. das **globale Minimum** \min_I einer Funktion f im Definitionsbereich D_f zu ermitteln – ohne die Funktion selbst näher zu diskutieren. Solche Aufgaben heißen **Extremwertaufgaben**. Gemäß Fig. 4.2 kann \max_I bzw. \min_I dabei am Rand von D_f angenommen werden (**Randextremum**) oder (auch) im Inneren von D_f in einem **lokalen Extrempunkt**.

Zur Ermittlung von \max_I bzw. \min_I berechnet man zunächst mit Hilfe der Bedingungen für lokale Extremwerte (vgl. Kap. 3.0 und 3.4) *alle* lokalen Extremwerte in D_f , ermittelt unter diesen das *größte lokale Maximum* bzw. das *kleinste lokale Minimum* und vergleicht dieses schließlich mit den Funktionswerten an den Rändern von D_f .



Beispiel A: Ein Landwirt will mit Hilfe eines Restpostens von 50 Laufmetern Maschendraht einen möglichst großen rechteckigen Platz als Hühnerhof einzäunen. Welche Länge l und welche Breite b soll er wählen? Welchen Flächeninhalt hat dieser Platz?



Lösung:

1) Der Flächeninhalt A des rechteckigen Platzes ist durch die folgende Funktion (zweistellige Zielfunktion) festgelegt:

$$A(l, b) = l \cdot b$$

2) Zwischen der Länge l und der Breite b besteht die Beziehung (**Nebenbedingung**)

$$2l + 2b = 50$$

3) Drückt man mit Hilfe der Nebenbedingung eine Variable – zB l – durch die andere aus, so erhält man die *einstellige* Zielfunktion

$$A(b) = (25 - b) \cdot b = 25b - b^2$$

Wegen $b \geq 0$ und $l = 25 - b \geq 0$ ist der Definitionsbereich $D_f = [0; 25]$.¹

4) Wir berechnen alle lokalen Extrema dieser Funktion:

$$A'(b) = 25 - 2b$$

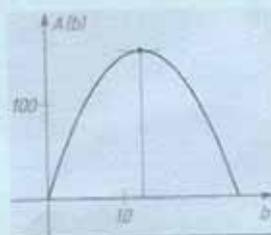
$$0 = 25 - 2b$$

$$b = 12,5$$

$A''(b) = -2 \Rightarrow A''(12,5) = -2 < 0 \Rightarrow$ Bei $b = 12,5$ liegt ein lokales Maximum.

5) Linker Randwert: $A(0) = 0$ (Randminimum); rechter Randwert: $A(25) = 0$ (Randminimum). Die Funktion $A = A(b)$ nimmt daher bei $b = 0$ und $b = 25$ ihr globales Minimum $A(0) = A(25) = 0$ und bei $b = 12,5$ ihr globales Maximum $A(12,5) = 156,25$ an.

6) Antwort (und Interpretation): Gibt man dem Platz die Abmessungen $b = 12,5$ m und $l = 12,5$ m (wie man durch Rückeinsetzen in die Nebenbedingung erhält), also die Form eines *Quadrates* der Seitenlänge 12,5 m, so nimmt der Flächeninhalt seinen größtmöglichen Wert $156,25 \text{ m}^2$ an.



Gemäß Beispiel A erhält man das flächengrößte Rechteck mit Umfang 50 m, wenn man ein Quadrat mit der Seitenlänge 12,5 m absteckt. Wie wird die optimale Lösung vermutlich für 60 m, 100 m – allgemein: u Meter – Umfang lauten?

Wir vermuten als optimale Lösung ein Quadrat mit der Seitenlänge $u/4$. Rechne zum Beweis Beispiel A allgemein, dh. mit u Meter Umfang statt mit 50 m Umfang (Aufg. 444)! Belege zum Schluss in der allgemeinen Lösung die *Formvariable* u mit dem Wert 50 und vergleiche mit dem Ergebnis in Beispiel A!

Man sieht: Das ursprünglich praktische Problem lässt sich als konkrete Anwendung (Einkleidung) eines allgemein(er)en, rein geometrischen Problems auffassen. In diesem Sinn besitzen viele der folgenden rein geometrischen Probleme durchaus praktische Bedeutung!

¹ Beachte: Lässt man die Werte $b = 0$ und $l = 0$ nicht zu (das Rechteck entartet dabei in eine „doppelzählige“ 25 m lange Strecke), dh. verwendet man $D_f =]0; 25[$, so besitzt die Funktion $A = A(b)$ zwar eine größte untere Schranke, aber kein Minimum. Zwecks Vereinfachung (der Sprechweise) lassen wir daher hier und auch in den folgenden Aufgaben *Entartungsfälle* prinzipiell zu.

11.4.4 Auswertung

Frage 1	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
gut	7	1	87,5%	20,0%
	1	2	12,5%	40,0%
	0	2	0,0%	40,0%
	0	0	0,0%	0,0%
schlecht	0	0	0,0%	0,0%

Frage 2	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
gut	6	1	75,0%	20,0%
	2	3	25,0%	60,0%
	0	1	0,0%	20,0%
	0	0	0,0%	0,0%
schlecht	0	0	0,0%	0,0%

Frage 3	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
ja	6	0	75,0%	0,0%
	2	4	25,0%	80,0%
	0	1	0,0%	20,0%
	0	0	0,0%	0,0%
nein	0	0	0,0%	0,0%

Frage 4	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
kurz	5	1	62,5%	20,0%
	2	3	25,0%	60,0%
	1	1	12,5%	20,0%
	0	0	0,0%	0,0%
lang	0	0	0,0%	0,0%

Frage 5	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
ja	4	3	50,0%	60,0%
	4	1	50,0%	20,0%
	0	1	0,0%	20,0%
	0	0	0,0%	0,0%
nein	0	0	0,0%	0,0%

Frage 6	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
gut	3	1	37,5%	20,0%
	4	0	50,0%	0,0%
	0	4	0,0%	80,0%
	1	0	12,5%	0,0%
schlecht	0	0	0,0%	0,0%

Frage 7	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
zu wenige	0	0	0,0%	0,0%
	1	0	12,5%	0,0%
	7	3	87,5%	60,0%
	0	2	0,0%	40,0%
zu viele	0	0	0,0%	0,0%

Frage 8	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
schlecht	0	1	0,0%	20,0%
	1	0	12,5%	0,0%
	1	1	12,5%	20,0%
	0	2	0,0%	40,0%
gut	6	1	75,0%	20,0%

Kontrollfragen

Frage 1: Was versteht man unter der Zielfunktion?

	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
richtig	5	0	0,625	0
falsch	3	5	0,375	1

Frage 2: Was versteht man unter der Nebenbedingung?

	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
richtig	8	2	1	0,4
falsch	0	3	0	0,6

Frage 3: Wozu benötigt man i.a. eine Nebenbedingung?

	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
richtig	8	2	1	0,4
falsch	0	3	0	0,6

Frage 4: Wie findet man das Max./Min der Zielfunktion?

	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
richtig	6	4	0,75	0,8
falsch	2	1	0,25	0,2

11.5 Chemie: Mol-Definitionen

11.5.1 Text 1

Zur Angabe der Atommasse A und der Molekularmasse M wird die atomare Masseneinheit $1u$ benützt. $1u$ ist $1/12$ der Masse des Kohlenstoffatoms C-12. Die Molekülmasse ist die Summe der Atommassen. Ist M die in der atomaren Masseneinheit $1u$ gemessene Molekülmasse einer Substanz, so nennen wir M kg dieser Substanz 1 Kilomol. (1 kmol)

1 kmol jeder Substanz enthält die gleiche Anzahl L von Molekülen, die wir als Avogadro Konstante oder Loschmidtkonstante bezeichnen.

11.5.2 Text 2

Da Atome so klein sind, können wir sie nicht abwägen. Deshalb schaffen wir eine neue Einheit und nennen sie die **atomare Masseneinheit u**.

Ein Wasserstoffatom hat etwa $1u$. Wenn ich sehr viele solche Wasserstoffatome zusammengebe, kann ich sie auch abwägen. Es müssen aber sehr, sehr viele sein, nämlich $6,022 \cdot 10^{23}$ Wasserstoffatome, dann wiegen sie etwa ein Gramm (1 g).

Die Anzahl von **$6,022 \cdot 10^{23}$ Teilchen** nennen wir auch **ein Mol**, dabei ist es egal, ob ich diese Anzahl für Atome oder Büroklammern verwende. Wenn ich **1000 Mol** davon nehme, so nenne ich diese **1 Kilomol (1 kmol)**. In einem Kilomol sind also immer gleich viel Teilchen einer Substanz enthalten. In einem Kilomol Sauerstoff sind gleich viele Atome enthalten, wie in einem Kilomol Wasserstoff.

Übrigens, die Zahl $6,022 \cdot 10^{23}$ ist eine konstante Zahl und wurde gleich zwei Forschern gewidmet. Einmal dem Italiener **Avogadro** und einmal dem Österreicher **Loschmidt**, welche beide auf diesem Gebiet geforscht haben.

11.5.3 Auswertung

Ist die Sprache für dich verständlich?

Frage 1	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
gut	2	13	15%	68%
	2	6	15%	32%
	4		31%	
	5		38%	
schlecht				

Ist die Untergliederung für dich angemessen?

Frage 5	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
ja	1	10	8%	53%
	5	7	38%	37%
	1	1	8%	5%
	5	1	38%	5%
nein	1		8%	

Kannst du den Inhalt erfassen und wiedergeben?

Frage 2	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
gut		11		58%
	5	5	38%	26%
	4	2	31%	11%
	4	1	31%	5%
schlecht				

Wie fühlst du dich beim Lesen dieses Textes?

Frage 6	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
gut	1	9	8%	47%
		7		37%
	3	3	23%	16%
	8		62%	
schlecht	1		8%	

Ist der Text in einer für dich verständlichen Sprache verfasst?

Frage 3	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
ja	4	16	31%	84%
	1	2	8%	11%
	5	1	38%	5%
	3		23%	
nein				

Wie empfindest du die Anzahl der Fachausdrücke?

Frage 7	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
zu wenige		4		21%
	4	14	21%	74%
	5		38%	
	4		31%	
zu viele	4		31%	

Wie empfindest du die Länge der Textblöcke?

Frage 4	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
kurz	3	6	23%	32%
	3	7	23%	37%
	5	5	38%	26%
	2	1	15%	5%
lang				

Wie kannst du diesen Text ohne Erklärung der Fachausdrücke verstehen?

Frage 8	Text 1	Text 2	Text 1	Text 2
schlecht	3	1	23%	5%
	2	3	15%	16%
	2	5	15%	26%
	3	7	23%	37%
gut	3	3	23%	16%

11.5.3.1 Gender-Analyse

Durchschnittsbewertung der Mol-Definitionen

	Text 1	
	männlich	weiblich
Frage 1	1	2
Frage 2	1	3
Frage 3	1	2
Frage 4	2	1
Frage 5	1	2
Frage 6	1	3
Frage 7	3	3
Frage 8	5	5

	Text 2	
	männlich	weiblich
	4	4
	3	3
	3	4
	2	3
	2	1
	3	4
	3	4
	3	5

	männlich	
	Text 1	Text 2
Frage 1	1	4
Frage 2	1	3
Frage 3	1	3
Frage 4	2	2
Frage 5	1	2
Frage 6	1	3
Frage 7	3	3
Frage 8	5	3

	weiblich	
	Text 1	Text 2
	2	4
	3	3
	2	4
	1	3
	2	1
	3	4
	3	4
	5	5

11.6 Chemie: Reaktionsgeschwindigkeit

11.6.1 Text 3

Die Reaktionsgeschwindigkeit v ist proportional dem Produkt der Konzentration der Ausgangsstoffe.

$$v = k \cdot c(A) \cdot c(B)$$

k ist eine für die Reaktion charakteristische Konstante, die Geschwindigkeitskonstante. Sie ist temperaturabhängig.

Die Reaktionsgeschwindigkeit ist definiert als Konzentrationsänderung pro Zeiteinheit. Die Geschwindigkeit der Teilchen nimmt mit der Temperatur und Energie zu.

11.6.2 Text 4

Bei chemischen Reaktionen ist es oft wichtig, wie schnell sie ablaufen. Dazu ist es notwendig, dass die Teilchen aneinander stoßen. Je mehr Teilchen in einem Behälter sind, desto öfter stoßen sie zusammen, wie in einer voll gestopften Straßenbahn. Die Anzahl der Teilchen in einem Raum nennen wir Konzentration.

Beim Zusammenstoßen werden neue Stoffe gebildet. Die Schnelligkeit, mit der dies passiert nennen wir Reaktionsgeschwindigkeit. Wenn die Temperatur sehr hoch ist, bewegen sich die Teilchen noch heftiger und alles geht noch schneller.

Mathematisch sieht es dann so aus:

$$v = k \cdot c(A) \cdot c(B)$$

dabei ist $c(A), c(B)$... die Konzentration vom Teilchen A bzw. B

k ist eine Konstante und ist für jede Reaktion unterschiedlich, weil ja auch die Teilchen unterschiedlich sind. Und sie ist auch von der Temperatur abhängig.

Ja und v ist eben dann diese Geschwindigkeit, mit der die Reaktion abläuft.

11.6.3 Auswertung

Ist die Sprache für dich verständlich?

Frage 1	Text 3	Text 4	Text 3	Text 4
gut	2	13	14%	68%
	3	6	21%	32%
	4		29%	
	4		29%	
schlecht	1		7%	

Ist die Untergliederung für dich angemessen?

Frage 5	Text 3	Text 4	Text 3	Text 4
ja	3	10	21%	53%
	5	7	36%	37%
	6	1	43%	5%
		1		5%
nein				

Kannst du den Inhalt erfassen und wiedergeben?

Frage 2	Text 3	Text 4	Text 3	Text 4
gut	1	11	7%	58%
	6	5	43%	26%
	4	2	29%	11%
	2	1	14%	5%
schlecht	1		7%	

Wie fühlst du dich beim Lesen dieses Textes?

Frage 6	Text 3	Text 4	Text 3	Text 4
gut	2	9	14%	47%
	3	7	21%	37%
	1	3	7%	16%
	7	0	50%	
schlecht	1	0	7%	

Ist der Text in einer für dich verständlichen Sprache verfasst?

Frage 3	Text 3	Text 4	Text 3	Text 4
ja	1	16	7%	84%
	5	2	36%	11%
	4	1	29%	5%
	1		7%	
nein	3		21%	

Wie empfindest du die Anzahl der Fachausdrücke?

Frage 7	Text 3	Text 4	Text 3	Text 4
zu wenige				
	1	4	7%	21%
	7	14	50%	74%
	3		21%	
zu viele	3		21%	

Wie empfindest du die Länge der Textblöcke?

Frage 4	Text 3	Text 4	Text 3	Text 4
kurz	6	6	43%	32%
	7	7	50%	37%
	1	5	7%	26%
		1		5%
lang				

Wie kannst du diesen Text ohne Erklärung der Fachausdrücke verstehen?

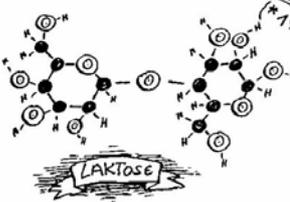
Frage 8	Text 3	Text 4	Text 3	Text 4
schlecht	1	1	7%	5%
	3	3	21%	16%
	3	5	21%	26%
	5	7	36%	37%
gut	2	3	14%	16%

11.7 Biologie: Gensteuerung

11.7.1 Text P

Party 1

Die ersten, die eine Form der Genregulation entdeckten, waren die Franzosen JACQUES MONOD und FRANÇOIS JACOB, in den späten 50ern. Sie untersuchten die Fähigkeit von *E. coli*, den Zucker Laktose abzubauen.

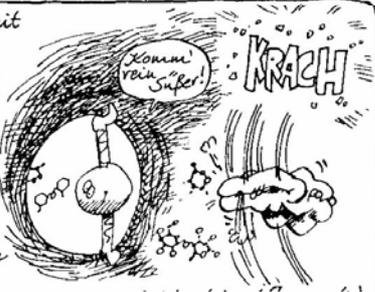




* Beide erhielten den Nobelpreis 1965

In Anwesenheit von Laktose produziert *E. coli* zwei Enzyme, die wir hier Y und Z nennen wollen.*

Y öffnet die Zellwand für Laktose und Z bricht den Zucker in die Hälfte.



Ohne ins Detail gehen zu wollen (Die Experimente waren recht kompliziert) ist hier eine Zusammenfassung der wichtigsten Versuche von Jacob und Monod:

Dieser Versuch war schwieriger, als Sauce Bernard herzustellen!

Erstens fanden sie, daß die Gene für Y und Z, genannt „lac Y“ und „lac Z“, benachbart auf dem Chromosom liegen. Solch eine Ansammlung von Genen, die zusammen reguliert und für eine bestimmte Aufgabe gebraucht werden, nennt man ein

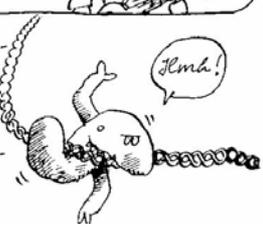
OPERON:

Dies ist das „lac Operon“



Wir werden gleich diesen Teil erklären.

Am Start dieses (und jedes) Operons ist eine PROMOTER-Region, die hier als lac P bezeichnet wird. Das ist die Stelle, wo das Enzym RNA POLYMERASE an die DNA bindet, um mit der Transkription der mRNA zu beginnen. (siehe S.143)



Die erste
 Art der Regulation ist einfach:
 Einige Promoter-Abschnitte gefallen der RNA-Polymerase besser als andere

Das Gen für ein häufig gebrauchtes Enzym hat deshalb einen Promoter, an dem die RNA-Polymerase sehr leicht mit der Transkription beginnen kann, während ein Gen für ein Enzym, das nur in geringen Mengen gebraucht wird, einen "schwächeren" Promoter hat.

Wie ist es nun bei dem Laktose Operator, dessen Enzyme manchmal in großen Mengen gebraucht werden, (wenn Laktose anwesend ist) aber aussonsten überhaupt nicht benötigt werden??

An dieser Stelle kommt Lac O ins Spiel!

Monod's und Jacobs Idee:
 Es gibt ein Protein, den **REPRESSOR**,
 der auf der DNA zwischen dem Ort des Promoters und des ersten Gens, Lac Z, sitzt. Diese Stelle wird als **OPERATOR**,
 oder Lac O bezeichnet.

Der Repressor, den die französischen Forscher wie direkt nachweisen konnten, blockiert die Wirkung der RNA-Polymerase und schaltet so das gesamte Operon ab.

Noch etwas über den Repressor: Er kann auch Laktose binden. Durch diese Bindung wird der Repressor so verdreht, daß er die DNA losläßt.

Im Normalzustand sitzt der Repressor am Operator und reprimiert das Gen:

Da kommt eine kleine Laktose und lockt den Repressor an:

Er beugt sich zu ihr hin, verliert dabei den Kontakt und schon fließt die RNA-Polymerase weiter!

Die ganze Operon-Einheit wird daraufhin von der Polymerase mehrfach "abgelesen".

Die neuentstandenen Proteine lassen weitere Laktose-Moleküle herein und verpacken sie...

Schließlich, nachdem von der Laktose nichts mehr übrig ist, kann sich der Repressor wieder entspannen und an seinen ursprünglichen Ort auf dem Chromosom zurückkehren.

Repressoren sind ein häufig eingeschlagener Weg, um induzierbare Enzyme zu regulieren, d.h. Enzyme, die als Antwort auf Stoffe wie Laktose produziert werden...
 Aber trotz ihrer brillanten Idee konnten Monod und Jacob den Repressor nie direkt nachweisen. Er blieb eine theoretische Möglichkeit.

Diese Repressoren sind schwerer zu fangen als ein Sack Floh!

... Bis 1967, als es WALTER GILBERT und BENNO MÜLLER-HILL mit raffinierten Techniken gelang, die eukaryoten Proteine zu finden.
 Ihre Versuche machten auch deutlich, warum sie so schwer zu finden sind: Ein E. coli-Bakterium enthält bloß FÜNF bis ZEHN Lac Repressor-Moleküle. Später gelang es Gilbert, Mutanten von E. coli zu züchten, die sie in viel größeren Mengen produzierten...

11.7.2 Text LA

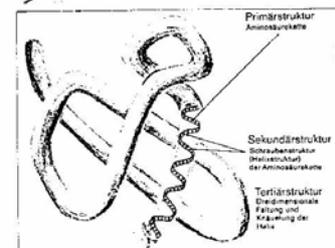
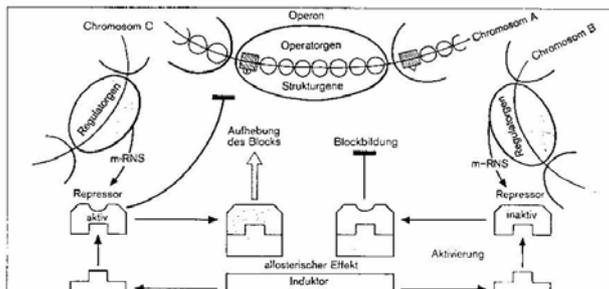
Quelle

10. Die Zellaktivität wird vielfältig geregelt

Die Zellen der Organismen können sich, wie schon angedeutet wurde, verschiedensten Umwelts- und Entwicklungsbedingungen anpassen. Sie sind in der Folge vielfältig morphologisch und biochemisch differenziert. Bestes Beispiel dafür sind die Zellen der Vielzeller. Der Informationsinhalt des Genoms einer Zelle ist die Grundlage ihrer Modifikationsfähigkeit. Da immer nur ein relativ geringer Teil der Information für die **Prägung der Zelle** zu bestimmten Zeitpunkten – etwa 5% bis 10% – benötigt wird, ist eine Regelung der Genaktivität für die Erklärung dieser Tatsache die logische Voraussetzung. Diese Regelung kann auf verschiedenen Ebenen erfolgen.

a) Die Genaktivität kann auf der Transkriptionsebene geregelt werden

MONOD entwickelte ein Modell, das die Regulierung auf der **Transkriptionsebene** (Umschrift von DNS auf RNS) folgendermaßen zu erklären sucht. Er faßt Gengruppen auf den Chromosomen zu Funktionseinheiten – **Operonen** – zusammen. Ein Operon besteht demnach aus einem am Anfang der Einheit stehenden **Operatorgen** und einer Reihe sich daran anschließender **Strukturgene**. Die Struktur, bzw. der Umfang eines Operons, hängt von der Anzahl der für die Synthese eines Enzyms oder einer Aminosäure nötigen Reaktionschritte ab. Das Operatorgen stellt die Schaltstelle des Operons dar. Die Aktivierung, bzw. Blockierung erfolgt mittels **Repressoren** – spezifische Proteine. Deren Synthese wird auf Grund genetischer Vorlagen, den **Regulatorgenen**, durchge-



11.7.3 Text LI

Regulierung der Gen-tätigkeit bei Bakterien. Wie werden die zu einem bestimmten Zeitpunkt in der Zelle aktiven Gene in Tätigkeit gesetzt? Diese Frage wurde zunächst beim Bakterium *Escherichia coli* untersucht. Enzyme, die den Abbau des Milchzuckers (*Lactose*) bei *E. coli* einleiten, werden nur gebildet, wenn Lactose im Nährmedium vorhanden ist. Der Zucker

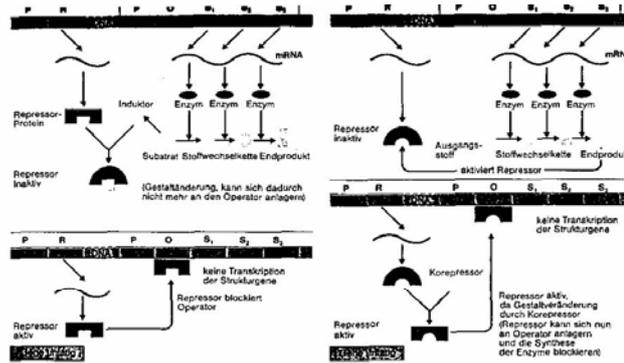


Abb. 48.1: Regulation der Gen-Tätigkeit durch Induktion. Als Induktor wirkt das Substrat eines der Enzyme, die von den Strukturgenen codiert werden. R: Regulator-Gen, O: Operator, S: Struktur-Gen, P: Promotor (im DNA-Abschnitt vor den Genen, mit dem das Enzym RNA-Polymerase in Wechselwirkung tritt, damit die Transkription der Gene möglich ist).

Abb. 48.2: Endprodukt-Repression. Als Korrepressor wirkt das Endprodukt der vom Operon gesteuerten Stoffwechselkette. Die Enzymsynthese hört auf, wenn das Endprodukt in ausreichender Menge gebildet worden ist. R: Regulator-Gen, O: Operator, S: Struktur-Gen, P: Promotor.

veranlaßt demnach die Bildung der Enzyme für seinen Abbau. Man nennt diesen Vorgang **Induktion der Enzymsynthese** und bezeichnet die Lactose als **Induktor**. Einige Mutanten von *E. coli* bilden aber auch dann Lactose abbauende Enzyme, wenn gar keine Lactose vorhanden ist. Außerdem gibt es Mutanten, die selbst bei Anwesenheit von Lactose keine abbauenden Enzyme bilden können, obwohl die Gene für die abbauenden Enzyme nachweislich nicht mutiert sind. Da das Fehlen der Regulation der Enzymtätigkeit erblich ist, muß es neben den Genen für die Synthese der Enzyme noch besondere Gene geben, die für die Regulierung der Aktivität dieser Enzym-Gene verantwortlich sind.

Für die **Substratinduktion** zum Lactoseabbau sind zwei Proteine notwendig. Eines davon steuert den Transport (*Promotion*) von Lactose aus dem Medium ins Zellinnere; es wird als *Permease* bezeichnet. Das andere katalysiert in der Zelle die Spaltung von Milchzucker in α -Glucose und β -Galactose, es heißt β -Galactosidase. Die beiden Enzyme werden entsprechend der Ein-Gen-ein-Polypeptid-Hypo-

these unmittelbar nebeneinanderliegen. Sie werden als **Struktur-Gene** bezeichnet.

Die beiden Enzyme werden immer im gleichen Mengenverhältnis zueinander und stets gemeinsam gebildet. Dies bedeutet, daß die Synthese beider zusammenhängen muß und daß die beiden nebeneinanderliegenden für ihre Synthese zuständigen Gene zusammen abgelesen werden: bei der Transkription entsteht eine einzige mRNA. Die Ablesung der Struktur-Gene wird von dem Protein eines weiteren Gens, dem **Regulator-Gen**, gesteuert. Dieses Protein hemmt die Ablesung der Struktur-Gene und wird **Repressor** genannt. Der Lactose-Repressor wirkt nur auf die Gene der Lactose-Enzyme hinnehmend (s. auch Abb. 48.1). Es muß also eine Struktur im Bereich der den Lactoseabbau steuernden Gene geben, die mit der spezifischen Struktur des Repressor-Proteins in Wechselwirkung tritt. Dieses DNA-Stück wird als **Operator** bezeichnet.

Die RNA-Synthese an der DNA beginnt mit der Anlagerung des erforderlichen Enzyms RNA-Polymerase. Sie findet an einem weiteren kurzen DNA-Abschnitt statt, der Polymerase-Bindungsstelle oder **Promotor** heißt. Der Promotor-Bereich liegt unmittelbar vor dem Operator. Wenn sich ein Repressor-Molekül an den Operator anlagert, kann die RNA-Polymerase nicht an den Promotor gebunden

Diese verändern die Raumstruktur des Repressors, so daß er mit dem Operator nicht mehr in Wechselwirkung treten kann. Die Blockierung des Operators wird dadurch aufgehoben, die Synthese von mRNA beginnt, und die Enzyme *Permease* und *Galactosidase* können synthetisiert werden. Die Funktionseinheit von Promotor, Operator und Struktur-Genen nennt man **Operon**.

Wenn das Substrat eines Enzyms des Operons die Gen-Aktivität und damit die Enzymsynthese auslöst, spricht man auch von **Substratinduktion**. Die Steuerung der Gen-Aktivität durch Induktion findet man vor allem bei der Synthese von Enzymen für **abbauende** Stoffwechselreaktionen.

Aber auch der umgekehrte Vorgang der Regulation der Gen-Aktivität ist bekannt. *E. coli* kann z. B. die Aminosäure **Histidin** selbst synthetisieren. Fügt man aber reichlich Histidin zur Nährlösung hinzu, so nimmt die Menge der an der Histidin-Synthese beteiligten Enzyme in den Bakterien rasch ab, weil die Synthese dieser Enzyme gehemmt wird und die bereits gebildeten Enzyme in den Bakterien fortlaufend wieder abgebaut werden. Schließlich wird in den Bakterien kein Histidin mehr gebildet. Man nennt diese Erscheinung **Enzym-Repression** oder **Endprodukt-Repression**, weil das Endprodukt der Reaktions-Kette die weitere Enzym-Synthese hemmt. Im Falle der Repression der Histidin synthetisierenden Enzyme liegt das vom Regulator-Gen gebildete Repressor-Protein zunächst inaktiv vor. Durch Bindung von Histidin wird das Repressor-Protein aktiviert, lagert sich an den Operator des Histidin-Operons an und verhindert so die weitere Transkription der Struktur-Gene des Operons. Weil das Histidin die Enzymbildung durch seine Bindung an den Repressor unterdrückt, ist es ein **Korrepressor** (Abb. 48.2).

Die Fähigkeit zur Regulation der Gen-Tätigkeit ist für den Organismus sehr wichtig. Sie verhindert unnötigen Energieaufwand und überflüssige Synthesen. Enzyme werden erst dann gebildet, wenn ihr Substrat vorliegt (Substrat-Induktion), und Synthesen hören auf, wenn der produzierte Stoff in genügender Menge gebildet ist (Endprodukt-Repression).

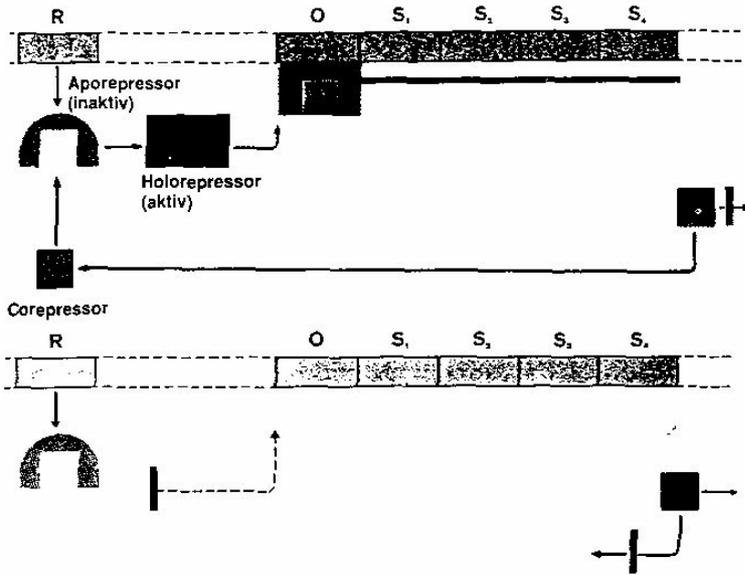
Die geschilderten Vorstellungen über die Regulierung der Gen-Aktivität bei Bakterien gehen auf JACOB und MONOD zurück (JACOB-MONOD-Modell).

11.7.4 Text M

11.4 Regelung der Genaktivität

Nach den Forschungen von *François Jacob* und *Jacques Monod* und dem 1961 von den beiden Forschern aufgestellten Schema vollzieht sich die *zeitliche Regulation* der Proteinsynthese nach folgendem Mechanismus: Da das Fehlen der Regulation der Enzymtätigkeit (Enzyme sind Proteine) erblich ist, muß es neben den Genen für die Synthese der Enzyme noch besondere Gene geben, die für die Regulierung der Aktivität dieser Enzymgene verantwortlich sind. Durch Genkartierung beim Bakterium *Escherichia coli* wurde festgestellt, daß die Gene, die die Struktur eines spezifischen Proteins bestimmen, stets unmittelbar nebeneinander liegen; sie heißen daher *Strukturgene*, werden auch stets gemeinsam »abgelesen«, und bei der Transkription entsteht eine einzige *m-RNA*. Die *Ablesung* der Strukturgene wird von dem *Protein* eines weiteren Gens, dem *Regulatorgen*, gesteuert. Dieses *Protein* *hemmt* die Ablesung der Strukturgene und wird als *Repressor* bezeichnet. Der Repressor wirkt *spezifisch* auf die ihm jeweils zugeordnete Strukturgene, tritt also mit ihnen in Wechselwirkung. Dies wird durch ein benachbartes DNA-Stück, das als *Operator* bezeichnet wird, erreicht. Neben diesem liegt ein weiterer kurzer DNA-Abschnitt, der als *Anlagerungsstelle* für die *RNA-Polymerase* dient. Operator und Strukturgene zusammen bilden ein *Operon*. Wenn sich ein *Repressormolekül* an den *Operator* *anlagert*, kann die *RNA-Polymerase* nicht gebunden werden. Damit wird die *Synthese der m-RNA* an den Strukturgenen *unterbunden*. Wird die *Raumstruktur* des *Repressors* *verändert*, so daß er mit dem Operator nicht mehr in Wechselwirkung treten kann, wird die *Blockierung* des *Operators* *aufgehoben*, *m-RNA* kann *gebildet* werden, und die *Synthese* des von dem gesamten Operon aufgebauten *Endproduktes* läuft an.

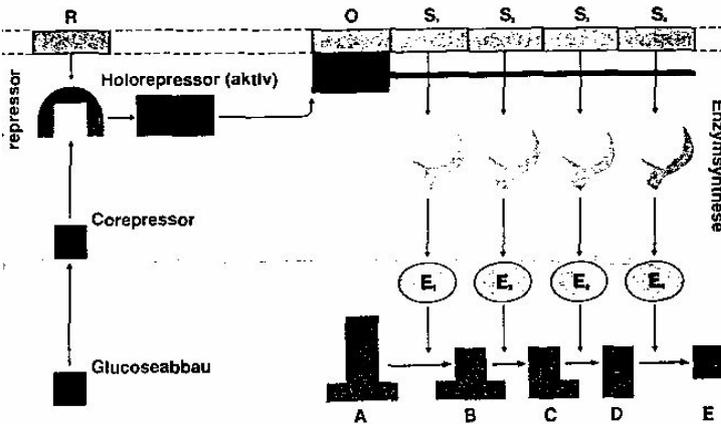
Vor allem bei der Synthese von Enzymen für abbauende Stoffwechselreaktionen erfolgt die *Steuerung* der Genaktivität durch *Substratinduktion*; d. h. die Auslösung der Enzymsynthese wird durch das Substrat bewirkt, das als Induktor fungiert (vgl. Abb. 23.4, Regelung der Genaktivität durch Induktion). Eine andere Möglichkeit der Regulation ist die *Hemmung* vom *Endprodukt*



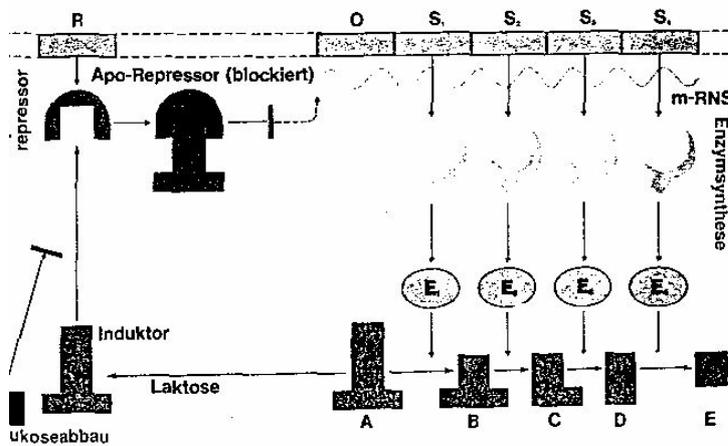
23.1 *Regelung der Enzymsynthese I: Das Regulatorgen (R) produziert einen inaktiven Aporepressor. Verbindet sich dieser mit einem Corepressor (z. B. dem als Induktor fungierenden Substrat), so entsteht ein aktiver Holoressor, der den Operator (O) und den mit ihm verbundenen Promotor verschließt. Die Ablesung der in den Strukturgenen S_1-S_4 gespeicherten Information wird dadurch verhindert. (Blockaden sind jeweils durch einen roten Strich dargestellt)*

23.2 *Wird das Endprodukt sofort weiterverarbeitet, kann sich kein Holoressor bilden; Informationsabgabe und Enzymproduktion laufen weiter*

er: Wird das Endprodukt in der Zelle nicht weiterverwertet und reichert sich eher an, wirkt es als *Corepressor*. Dadurch wird der Repressor in seiner Form erändert, lagert sich an den Operator und verhindert so die weitere Transkription der Strukturgene (vgl. Abb. 23.2). Solcherart werden unnötiger Energieaufwand und überflüssige Synthesen vermieden. Obzwar dieses Funktionsschema an Bakterien erarbeitet wurde, dürfte es auch bei Eukaryonten Geltung haben; entsprechende Forschungen sind zur Zeit noch nicht abgeschlossen.



23.3 *Regelung der Enzymsynthese II: Kommt der Corepressor aus dem Glukoseabbau, verbindet er sich mit dem Aporepressor zu einem aktiven Holoressor und blockiert das Operon. Die Enzymsynthese wird eingestellt*



23.4 *Kommt aus dem Glukoseabbau kein Corepressor (oder nur in ungenügendem Ausmaß), verbindet sich die Ausgangssubstanz Laktose (A) mit dem Apo-repressor zu einer unwirksamen Verbindung. Es kommt zu keiner Blockade des Operons, die Synthese der laktoseabbauenden Enzyme beginnt: (E_1-E_4)*

11.7.5 Text S

Die Regulation der Genaktivität

An Bakterien konnte erstmals erforscht werden, wie sich Gene ein- und ausschalten lassen. Es stellte sich heraus, daß das bakterielle Regelsystem-einfacher als das der Eukaryoten ist.

Das bakterielle Regelsystem ist einfacher. Es besteht aus drei verschiedenen Genarten. Die *Strukturgene* tragen die Information für die Synthese eines bestimmten Enzyms, das in der Zelle wirksam wird. Der *Operator* ist die Bindestelle für das regulierende Protein. Die gesamte Einheit aus Strukturgenen, Promotor (= Ansatzstelle für die Polymerase) und Operator wird als *Operon* bezeichnet. Das regulierende Protein wird durch das *Regulatorgen* erzeugt. Alle Regulatorproteine sind *allosterische Enzyme* (vgl. Bd. 5, Kap. 33), die sich durch einen *Effektor* aktivieren oder deaktivieren lassen.

Induktion (Abb. 6)

Nur wenn sich Lactose in der Umgebung des Bakteriums *E. coli* befindet, werden die Lactose abbauenden Enzyme produziert. Fehlt Lactose, kann sich das regulierende Protein, der *Repressor*, so an den Operator binden, daß die ablesende Polymerase sich nicht an den Promotor setzen und mit der Transkription beginnen kann. Lactose als Effektor verändert den Repressor so, daß er sich nicht mehr an den Operator binden kann. Damit ist der Weg für die Polymerase frei, die Strukturgene können transkribiert werden. Diese Art der Regulation findet im abbauenden Stoffwechsel Verwendung.

Repression (Abb. 7)

Um die Aminosäure Tryptophan aufzubauen, bedarf es mehrerer Enzyme, deren Gene im *trp*-Operon zu finden sind. An den dortigen Operator ist normalerweise kein Repressor gebunden. Es wird in der Zelle also Tryptophan aufgebaut. Gibt es davon genügend, bindet es sich als Effektor an den inaktiven Repressor. Der verändert sich dabei und verbindet sich leicht mit dem Operator. Die Synthese der Enzyme wird gestoppt. Diese Art der Regulation findet man im Aufbaustoffwechsel.

Abb.5 Ausbildung des Zellkontaktes während der Konjugation

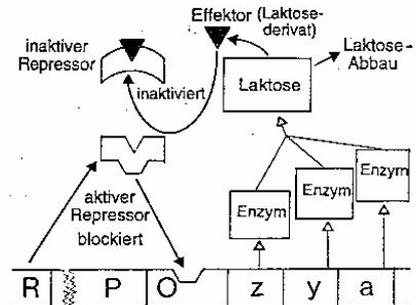


Abb.6 Induktion nach dem JACOB - MONOD-Modell

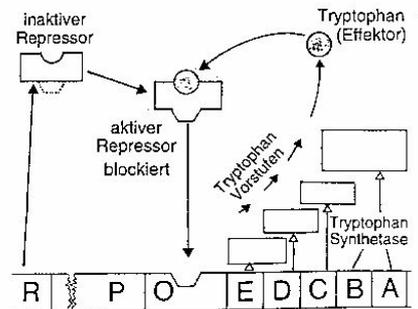


Abb.7 Repression nach dem JACOB - MONOD-Modell

Quellenverzeichnis: zu den Texten:

- P: Gonick L.; Wheelis M., 1985. Genetik in Cartoons. Parey, 2. Aufl., ISBN 3-489-62434-3
- LA: Lange F., Dobers J., Strauß E., 1974. Biologie. Hölder-Pichler-Tempsky, ISBN 3-7005-8041
- LI: Knodel H., Bayrhuber H., 1992. Linder Biologie 3. Swoboda, 20. Aufl., ISBN ??
- M: Mandl L., Reuer E., 1992. Organismus und Umwelt 3. Hölder-Pichler-Tempsky, 1. Aufl., ISBN 3-215-10084-3
- S: Schirl-Ruttner, 1995. Über die Natur 8. Dorner, ISBN 3-7055-0034-1

11.7.6 Auswertung

Text P	1	2	3	4
Verständnis	6	2		1
Attraktivität	2	4	3	
Neuigkeit	1	5	3	
Gesamteindruck	2	6		1

Text LA	1	2	3	4
Verständnis		3	4	2
Attraktivität		2	7	
Neuigkeit		3	7	
Gesamteindruck		4	5	1

Text LI	1	2	3	4
Verständnis	1		4	4
Attraktivität			4	5
Neuigkeit	2	5	1	
Gesamteindruck			5	3

Text M	1	2	3	4
Verständnis	2	4	2	1
Attraktivität		6	3	
Neuigkeit	1	4	3	1
Gesamteindruck	1	2	5	

Text S	1	2	3	4
Verständnis	4		2	3
Attraktivität	2	5	2	
Neuigkeit	1	5	2	
Gesamteindruck	1	5	2	1